

SÉRIE A,
N° 2410
N° D'ORDRE :
3282

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JEAN-CLAUDE SIMON

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE DE LA DIFFRACTION DES ÉCRANS PLANS ET APPLICATION
AUX LENTILLES HERTZIENNES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 26 juin 1951 devant la Commission d'examen.

MM. J. CABANNES, *Président.*
Y. ROCARD, *Examineurs.*
P. JACQUINOT, }

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-ÉDITEUR
LIBRAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55

—
1951

SÉRIE A,
N° 2410
N° D'ORDRE :
3282

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

JEAN-CLAUDE SIMON

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE DE LA DIFFRACTION DES ÉCRANS PLANS ET APPLICATION
AUX LENTILLES HERTZIENNES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 26 juin 1951 devant la Commission d'examen.

MM. J. CABANNES, *Président.*
Y. ROCARD, } *Examineurs.*
P. JACQUINOT, }

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-ÉDITEUR

LIBRAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Quai des Grands-Augustins, 55

1951

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... A. CHATELET.

PROFESSEURS

G. JULIA.....	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	COULOMB.....	T	Physique du globe.
A. DENJOY.....	T	Théorie des Fonctions.	M ^{lle} COUSIN.....	T	Biologie animale (P. C. B.).
L. LUTAUD.....	T	Géographie physique et géologie dynamique.	CHRÉTIEN.....		Chimie (P. C. B.).
E. DARMOIS.....	T	Enseignement de Physique.	P. DRACH.....		Zoologie.
ROBERT LÉVY.....	T	Physiologie comparée.	KASTLER.....		Physique.
HENRI VILLAT.....	T	Mécanique des fluides et applications.	CHATELET.....	T	Arithmétique et théorie des nombres.
M ^{me} RAMART-LUCAS	T	Chimie organique.	EPHRUSSI.....	T	Génétique.
FOCH.....	T	Mécanique physique et expérimentale.	WURMSER.....	T	Biologie physico-chimique.
PAUTHENIER.....	T	Electrotechnique générale.	BAUER.....	T	Chimie-Physique.
DE BROGLIE.....	T	Théories physiques.	RIVIÈRE.....		Géologie (P. C. B.).
JOB.....	T	Chimie générale.	GAUTHERET.....		Biologie végétale (P. C. B.).
PRENANT.....	T	Anatomie et Histologie comparées.	LUCAS.....		Physique.
COMBES.....	T	Physiologie végétale.	A. THOMAS.....		Évolution des êtres organisés.
GARNIER.....	T	Géométrie supérieure.	ARNULF.....		Optique appliquée.
PÉRÈS.....	T	Mécanique rationnelle.	MAX MORAND.....		Physique.
HACKSPILL.....	T	Chimie minérale.	SOLEILLET.....		Physique.
LAUGIER.....	T	Physiologie générale.	FORTIER.....	T	Mécanique expérimentale des fluides.
TOUSSAINT.....	T	Technique aéronautique.	DANJON.....	T	Astronomie.
M. CURIE.....	T	Physique (P. C. B.).	FROMAGEOT.....	T	Chimie biologique.
G. RIBAUD.....	T	Hautes températures.	LAPORTE.....	T	Physique générale et Radio-activité.
CHAZY.....	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	JANET.....		Mathématiques générales.
CROZE.....	T	Physique théorique et Physique céleste.	PETIT.....	T	Biologie maritime.
DUPONT.....	T	Théories chimiques.	QUENEY.....	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
VALIRON.....	T	Calcul différentiel et Calcul intégral.	GALLIEN.....		Biologie animale (P. C. B.).
BARRABÉ.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	EICHHORN.....		Biologie végétale (P. C. B.).
VAVON.....	T	Analyse et mesures chimiques.	DE CUGNAC.....		Biologie végétale (P. C. B.).
G. DARMOIS.....	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	LAVAL.....		Physique (P. C. B.).
JACQUES BOURCART.	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	M ^{lle} CAUCHOIS.....		Chimie-Physique.
AUBEL.....	T	Chimie biologique.	THELLIER.....		Physique du Globe.
M ^{me} JOLIO-CURIE.	T	Physique générale et Radio-activité.	AUDUBERT.....		Electrochimie.
PLANTEFOL.....	T	Botanique.	L'HÉRITIER.....		Génétique.
CABANNES.....	T	Recherches physiques.	GRIVET.....	T	Radioélectricité.
GRASSE.....	T	Évolution des êtres organisés.	PONCIN.....		Mécanique des Fluides.
PREVOST.....	T	Chimie organique.	THIRY.....	T	Mécanique appliquée.
BOULIGAND.....	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	DUBREIL.....		Mathématiques générales.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.	QUELET.....		Chimie (P. C. B.).
WYART.....	T	Minéralogie.	CAGNIARD.....		Géophysique appliquée.
TEISSIER.....	T	Zoologie.	CHAMPETIER.....		Chimie appliquée.
MANGENOT.....	T	Biologie végétale.	CUVILLIER.....		Géologie structurale et Géologie appliquée.
P. AUGER.....	T	Physique quantique et relative.	JUNG.....		Pétrographie.
MONNIER.....		Physiologie générale.	TRILLAT.....		Physique (P. C. B.).
PIVETEAU.....	T	Géologie.	WIEMANN.....		Chimie (P. C. B.).
ROCARD.....	T	Physique.	LICHNEROWICZ ..		Mathématiques.
H. CARTAN.....	T	Mathématiques générales.	JACQUINOT.....		Physique (P. C. B.).
SCHAEFFER.....	T	Physiologie des fonctions.	VASSY.....		Physique de l'atmosphère.
LAFFITTE.....	T	Chimie générale.	DESTOUCHES.....		Théories physiques.
FAVARD.....		Calcul des probabilités et Physique mathématique.	PRUVOST.....	T	Géologie.
			AMIEL.....		Chimie (P. C. B.).
			HOCART.....		Minéralogie.
			MACHEBOEUF.....		Microbiologie.
			J.-P. MATHIEU.....		Physique (P. C. B.).
			COUTEAUX.....		Biologie animale (P. C. B.).
			MAY.....		Biologie animale (P. C. B.).

Secrétaire..... CH. MONIER



PREMIÈRE THÈSE

ÉTUDE DE LA DIFFRACTION DES ÉCRANS PLANS ET APPLICATION AUX LENTILLES HERTZIENNES.

RÉSUMÉ. — Chapitre I. — Soit un écran plan infiniment conducteur percé d'ouvertures quelconques, nous cherchons à étudier le régime d'ondes qui s'établit lorsqu'on dispose des sources éloignées de cet écran. Pour cela nous utilisons des champs de perturbation dont nous précisons les conditions aux limites. Ces champs de perturbation ajoutés à l'onde existant en l'absence d'écran ou à l'onde existant en présence d'un écran indéfini, permettent de poser le problème dans le cas général. De la possibilité de poser le problème à partir de deux ondes, celle de l'espace indéfini, celle de l'espace limité par un écran plan, nous déduisons naturellement le principe de Babinet qui s'applique à des écrans complémentaires.

Chapitre II. — Nous étudions la diffraction d'une ouverture unique dans un écran plan métallique indéfini, lorsqu'elle est excitée par une onde plane dont la direction de propagation est normale au plan de l'écran. Pour résoudre ce problème par le calcul, il existe deux méthodes : la méthode des fonctions propres qui s'applique dans quelques cas particuliers, la méthode des sources auxiliaires liée à la notion de fonction de Green. Nous utilisons la seconde méthode pour poser le problème général. Nous pouvons ainsi examiner le problème de l'ouverture de dimensions petites devant la longueur d'onde. Nous discutons les résultats obtenus pour l'ouverture circulaire de diamètre petit devant la longueur d'onde. Nous proposons une approximation de l'équation intégrale du problème général de l'ouverture circulaire, qui nous permet de nous ramener au cas déjà résolu de l'Acoustique dans le cas où le diamètre de l'ouverture est comparable à la longueur d'onde. Nous examinons enfin l'ouverture possédant deux axes de symétrie rectangulaire.

Chapitre III. — Nous étudions la diffraction d'un écran métallique plan percé d'ouvertures égales régulièrement disposées, attaqué par une onde plane en incidence normale. Dans le cas où les ouvertures possèdent des axes de symétrie et où leurs centres forment un quadrillage, on peut se ramener à un problème dans un guide d'onde rectangulaire dont deux parois sont d'impédance nulle, les deux autres étant d'impédance infinie. Nous étudions les différents modes de ce guide qui possède une onde principale. Dans le cas où la distance des centres est inférieure à la longueur d'onde, seul peut se propager le mode de l'onde principale. Un tel écran se ramène à une impédance classique. Nous mettons au point et nous discutons une méthode de mesure du coefficient de transmission (amplitude et phase). Des résultats des mesures nous déduisons la notion de pseudo coupure pour une ouverture, par analogie au phénomène de coupure dans un guide d'onde. Au-dessus de la pseudo coupure, l'écran est plus transparent que ne le laisse supposer l'optique classique, inversement au-dessous.

Chapitre IV. — L'étude de la transmission en incidence oblique de l'écran précédent nous montre que la polarisation de l'onde transmise n'est pas changée si le plan de polarisation de l'onde incidente est normal ou parallèle au plan d'incidence. Les variations de la phase de l'onde transmise dans ces deux cas en fonction de l'inclinaison permettent de rapprocher ce phénomène de l'indice ordinaire et extraordinaire dans les cristaux uniaxes. Les variations de l'amplitude permettent de retrouver des lois analogues aux lois de Fresnel.

Chapitre V. — La mesure en incidence normale du module du coefficient de transmission nous permet de connaître le déphasage de l'onde transmise. En empilant plusieurs plaques à des distances convenables, nous pouvons créer un milieu pour lequel la vitesse de phase d'une onde est supérieure à celle du vide, c'est-à-dire un milieu d'indice inférieur à l'unité. Nous pouvons construire des lentilles hertziennes en réalisant un milieu d'épaisseur constante (plaques

parallèles) et d'indice variable (dimension variable des ouvertures). La mesure directe des surfaces de phase permet de le vérifier. Nous donnons des exemples de réalisation. Nous retrouvons au sujet de ces lentilles les mêmes problèmes d'aberrations qu'en Optique classique, aberrations chromatiques, aberrations géométriques. Ces lentilles peuvent nous permettre, outre le déphasage d'une onde sphérique, la correction point par point d'aberrations géométriques. On peut les rapprocher des optiques de Schmidt connus en Optique instrumentale. Des aériens utilisant ces dispositifs ont été construits, ils ont permis d'obtenir des faisceaux hertziens à 3600 Mc, d'angle total au sommet égal à $1^{\circ}35'$ à demi-puissance, dont la réaction sur la source est de l'ordre de $1/400^{\circ}$ de la puissance émise dans une bande de 200 Mc et dont le gain et le rayonnement arrière sont meilleurs que ceux d'aériens usuels de mêmes dimensions. (C. D. U. 621.3.016.31).

SUMMARY. — CHAP. I : The general problem of diffraction by a plane screen of zero impedance can be solved by adding fields to the known solutions of the infinite full screen or of the empty space. The Babinet's Principle is derived from these two possibilities.

CHAP. II : The diffraction of a single aperture is discussed with the use of sources in the aperture. Two approximated solutions are proposed for the circular hole small compared with wavelength and of the order of wavelength.

CHAP. III : The diffraction, by a conducting screen with equal holes uniformly spaced, of a plane wave at normal incidence is studied. In the case of holes with symmetry axis, their centres being a lattice, the problem can be referred to the problem of a rectangular waveguide of which two walls are of zero impedance, the two others of infinite impedance. This waveguide has, like coaxials, a principal mode. When distances between centres is smaller than the wavelength, the principal mode propagates alone. Such a screen is then a classical impedance. A method of measurement of the transmission coefficient in amplitude and phase is discussed. Its results show a physical notion of cutoff for aperture analogous to that of waveguides.

CHAP. IV : The study of transmission for oblique incidence shows that polarisation is unchanged if the polarisation plane is normal or parallel to the incidence plane. The phase variations of the transmitted wave compares with the notions of ordinary and extraordinary propagation in optical crystallography.

CHAP. V : The measurement for normal incidence gave the phase shift of the transmitted wave through a screen. Several parallel screens equally spaced, compares with an inferior to one index medium. Lenses have been built of constant thickness and variable index (variable diameter of holes). Examples are given. Phase measurements of the transmitted wave show the possibility of very accurate phase correction like the optical Schmidt system. Owing to that possibility, an antenna of $3 \times 3 \times 3$ m built with lenses of this type has displayed somewhat better features than classical U. H. F. antennae for Gain, Diagram, pencil beam of $1^{\circ}35'$ between 3 db points. Standing wave ratio less than 1.12 in a 200 Mc bandwidth at 3600 Mc. Rear and side diffraction. (U. D. C. 621.3.016.31.)

CHAPITRE I.

Étude du champ diffracté par un écran plan infiniment conducteur de forme quelconque.

Énoncé du problème.

Soit un plan xoy , oz une normale à ce plan. Disposons dans ce plan xoy des conducteurs métalliques infiniment minces, mais de contours quelconques. Soit S l'ensemble des portions de surface du plan xoy occupé par les conducteurs, et Σ l'ensemble des portions inoccupées. Supposons de plus que les conducteurs sont parfaits, c'est-à-dire que lorsque z tend vers zéro par valeurs négatives ou positives

le champ magnétique normal et le champ électrique tangentiel tendent vers zéro sur S .

Nous allons chercher à étudier le régime d'ondes qui s'établit lorsqu'un certain nombre de sources existent dans l'un des demi-espaces séparés l'un de l'autre par le plan xoy , $z < 0$ par exemple.

Utilisons pour poser le problème une méthode de « perturbation ». Nous connaissons évidemment la solution du problème, soit lorsque S recouvre entièrement xoy (plan métallique indéfini), soit

lorsque Σ recouvre xy (absence d'écran). A partir de ces solutions, nous pouvons chercher à ajouter des champs dans les deux espaces $z > 0$ et $z < 0$ tels que la somme des champs initiaux et des champs de perturbation satisfassent aux conditions aux limites.

Malgré des points de départ différents, les deux façons de poser le problème doivent aboutir à la même solution, mais on comprend aisément, d'après l'idée même de perturbation, que dans le cas où S est grand devant Σ (petites ouvertures), on doit chercher à partir du champ qui existe derrière un plan métallique indéfini, et partir du champ de l'espace indéfini dans l'autre cas. Nous verrons que nous sommes ainsi amenés à poser le problème de manière très analogue, ce qui nous suggère directement le principe des écrans complémentaires dit de Babinet.

Conditions aux limites.

CHAMP DE PERTURBATION DE L'ONDE RÉFLÉCHIE PAR L'ÉCRAN INDÉFINI. — Soit $\mathbf{E}', \mathbf{H}'$ le champ électromagnétique existant dans l'espace $z < 0$ dans le cas où xy est un conducteur parfait. Il existe évidemment un champ nul dans l'espace $z > 0$.

Soient $\mathbf{E}' + \mathbf{E}'_1, \mathbf{H}' + \mathbf{H}'_1$, le champ existant dans l'espace $z < 0$ et $\mathbf{E}'_2, \mathbf{H}'_2$, le champ existant dans l'espace $z > 0$ en présence de l'écran du problème.

Écrivons les conditions aux limites sur xy du côté des $z > 0$ et du côté des $z < 0$.

Dans S :

$$(I.1) \quad \mathbf{E}'_{1T} = \mathbf{E}'_{2T} = 0,$$

car $E'_T = H'_n = 0$ par hypothèse, ce qui entraîne

$$(I.2) \quad H'_{1n} = H'_{2n} = 0,$$

$$(I.3) \quad \frac{\partial H'_{1T}}{\partial z} = \frac{\partial H'_{2T}}{\partial z} = 0,$$

$$(I.4) \quad \frac{\partial E'_{1n}}{\partial z} = \frac{\partial E'_{2n}}{\partial z} = 0,$$

Dans Σ :

$$(I.5) \quad \mathbf{E}'_{1T} = \mathbf{E}'_{2T},$$

$$(I.6) \quad H'_{1T} + H'_{1T} = H'_{2T},$$

ce qui entraîne

$$(I.7) \quad E'_{1n} + E'_n = E'_{2n},$$

$$(I.8) \quad H'_{1n} = H'_{2n}.$$

Nous remarquons immédiatement l'égalité sur xy des composantes tangentielles des champs électriques.

Or, on sait [1] qu'un champ électromagnétique est déterminé de façon unique par la donnée des composantes tangentielles du champ électrique ou du champ magnétique sur une surface fermée.

On en déduit simplement, ainsi que l'a remarqué Vasseur [2] grâce à la notion de fonction de Green,

$$(I.9) \quad E'_{1x}(x, y, -z) = E'_{2x}(x, y, z),$$

$$(I.10) \quad E'_{1y}(x, y, -z) = E'_{2y}(x, y, z),$$

$$(I.11) \quad E'_{1z}(x, y, -z) = -E'_{2z}(x, y, z),$$

$$(I.12) \quad H'_{1x}(x, y, -z) = -H'_{2x}(x, y, z),$$

$$(I.13) \quad H'_{1y}(x, y, -z) = -H'_{2y}(x, y, z),$$

$$(I.14) \quad H'_{1z}(x, y, -z) = H'_{2z}(x, y, z).$$

Les champs $\mathbf{E}'_1, \mathbf{H}'_1$ et $\mathbf{E}'_2, \mathbf{H}'_2$ ont des amplitudes égales, mais se propagent dans des directions opposées. Il nous suffit donc de déterminer le seul champ $\mathbf{E}'_2, \mathbf{H}'_2$, par exemple. Des relations (I.12), (I.13) et (I.6) nous déduisons

$$(I.15) \quad \mathbf{H}'_{2T} = \frac{1}{2} \mathbf{H}'_T \text{ sur } S.$$

Cette dernière relation et l'une des relations (I.1) (I.2), (I.3), (I.4) suffit à fixer les conditions aux limites.

En définitive, nous avons pour conditions aux limites du champ $\mathbf{E}'_2, \mathbf{H}'_2$

$$(I.15) \quad \mathbf{H}'_{2T} = \frac{1}{2} \mathbf{H}'_T \text{ sur } \Sigma,$$

$$(I.16) \quad \frac{\partial H'_{2T}}{\partial z} = 0, \text{ sur } S.$$

Remarquons que nous pouvons déduire de la relation (I.15) et de l'une des équations de Maxwell

$$(I.16) \quad E'_{2n} = \frac{1}{2} E'_n \text{ sur } \Sigma.$$

Cette méthode de poser le problème a été publiée par Bethe [3] lors de sa solution de la diffraction d'une petite ouverture circulaire dans un écran métallique indéfini. Dans ce problème, il est tout à fait justifié de partir du champ $\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0$ et de chercher à calculer le champ de perturbation $\mathbf{E}'_2, \mathbf{H}'_2$ que l'on conçoit physiquement comme petit devant $\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0$.

Champ de perturbation de l'onde de l'espace indéfini. — Soit $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ le champ existant dans l'espace complet $z > 0$ et $z < 0$ en l'absence d'écran.

Soit $\mathbf{E} + \mathbf{E}_1, \mathbf{H} + \mathbf{H}_1$, le champ existant dans l'espace $z < 0$ et $\mathbf{E} + \mathbf{E}_2, \mathbf{H} + \mathbf{H}_2$ le champ existant dans l'espace $z > 0$ en présence de l'écran du problème. De la même façon que précédemment, écrivons les conditions aux limites sur xy du côté des $z > 0$ et du côté des $z < 0$

$$(I.17) \quad \mathbf{E}_{1T} = -\mathbf{E}_T, \quad \mathbf{E}_{2T} = -\mathbf{E}_T \text{ dans } S.$$

qui entraînent

$$(I.18) \quad H_{1n} = -H_n, \quad H_{2n} = H_n.$$

En écrivant la continuité des champs dans Σ nous voyons disparaître des égalités les champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ et il vient

$$\begin{aligned} (I.19) \quad & \mathbf{E}_{2T} = \mathbf{E}_{1T}, \\ (I.20) \quad & \mathbf{H}_{1T} = \mathbf{H}_{2T} \quad \text{dans } \Sigma, \end{aligned}$$

d'où les équations

$$(I.21) \quad E_{1n} = E_{2n}, \quad H_{1n} = H_{2n} \quad \text{dans } \Sigma.$$

Nous remarquons à nouveau l'égalité sur xy des composantes tangentielles des champs électriques. Comme précédemment nous en déduisons des formules reliant $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$ et $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$ identiques aux formules (I.9), (I.10), (I.11), (I.12), (I.13) (I.14,

$$\begin{aligned} (I.22) \quad & E_{1x}(x, y, -z) = E_{2x}(x, y, z), \\ (I.23) \quad & E_{1y}(x, y, -z) = E_{2y}(x, y, z), \\ (I.24) \quad & E_{1z}(x, y, -z) = -E_{2z}(x, y, z), \\ (I.25) \quad & H_{1x}(x, y, -z) = -H_{2x}(x, y, z), \\ (I.26) \quad & H_{1y}(x, y, -z) = -H_{2y}(x, y, z), \\ (I.27) \quad & H_{1z}(x, y, -z) = H_{2z}(x, y, z). \end{aligned}$$

Des formules (I.20), (I.25) et (I.26) nous déduisons

$$(I.28) \quad \mathbf{H}_{1T} = \mathbf{H}_{2T} = 0 \quad \text{dans } \Sigma.$$

Des formules (I.21) et (I.24),

$$(I.29) \quad E_{1n} = E_{2n} = 0 \quad \text{dans } \Sigma.$$

Nous trouvons pour la région Σ les conditions aux limites complémentaires de celle du conducteur parfait, on dit parfois impédance infinie, par opposition à impédance nulle qui schématise la condition à la limite du conducteur parfait. Des formules (I.28) et (I.29), donc à rapprocher de (I.1) et de (I.2), nous pouvons déduire

$$(I.30) \quad \frac{\partial E_{1T}}{\partial z} = \frac{\partial E_{2T}}{\partial z} = 0,$$

$$(I.31) \quad \frac{\partial H_{1n}}{\partial z} = \frac{\partial H_{2n}}{\partial z} = 0,$$

à rapprocher de (I.3) et (I.4).

En définitive, nous avons pour conditions aux limites du champ E_2 , H_2

$$(I.17) \quad \mathbf{E}_{2T} = -\mathbf{E}_T \quad \text{sur } S,$$

$$(I.30) \quad \frac{\partial E_{2T}}{\partial z} = 0 \quad \text{sur } \Sigma.$$

Principe de Babinet.

Comparons les conditions aux limites (I.15) et (I.4) pour le champ $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$ et les conditions (I.17) et (I.30) pour le champ $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$. Dans le premier cas, nous avons égalité des champs pour l'ou-

verture Σ et une condition aux limites type impédance nulle sur le conducteur S . Dans le second cas, nous avons égalité des champs sur le conducteur S et une condition aux limites type impédance infinie sur l'ouverture Σ . Si nous supposons maintenant que Σ est le conducteur et S l'ouverture et que de plus nous intervertissons champ électrique et champ magnétique avec les signes convenables, nous voyons que la solution précédente obtenue pour la première méthode est une solution du nouveau problème dans le cas de la deuxième méthode et inversement.

Par exemple, supposons résolu le problème dans le cas où l'écran est composé d'une surface conductrice S , Σ étant l'ouverture, en utilisant la deuxième méthode. C'est-à-dire nous sommes partis du champ de l'espace indéfini $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ et nous avons trouvé un champ de perturbation $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$ tel que

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{2T} &= -\mathbf{E}_T \quad \text{sur } S \text{ (conducteur),} \\ \frac{\partial E_{2T}}{\partial z} &= 0 \quad \text{sur } \Sigma \text{ (ouverture)} \end{aligned}$$

et nous savons qu'alors la solution est, pour le demi-espace $z > 0$, $\mathbf{E} + \mathbf{E}_2$ et $\mathbf{H} + \mathbf{H}_2$.

Cela posé, supposons maintenant que Σ soit conducteur, S étant l'ouverture; prenons pour nouveau champ de l'espace indéfini $\mathbf{E}^0$, $\mathbf{H}^0$ tel que $\mathbf{E} = -\mathbf{H}^0$.

Soit, d'autre part, un champ $\mathbf{E}_2^0$, $\mathbf{H}_2^0$ dans l'espace $z > 0$ défini par $\mathbf{H}_2^0 = \mathbf{E}_2$. Ce champ va satisfaire à

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{2T}^0 &= \mathbf{H}_T^0 \quad \text{sur } S \text{ (ouverture),} \\ \frac{\partial H_{2T}^0}{\partial z} &= 0 \quad \text{sur } \Sigma \text{ (conducteur).} \end{aligned}$$

D'après (I.15), (I.4) le champ $\mathbf{E}_2^0$, $\mathbf{H}_2^0$ n'est autre que le champ de perturbation dans le cas de la première méthode, nous savons qu'alors la solution pour le demi-espace $z > 0$ est $\mathbf{E}_2^0$, $\mathbf{H}_2^0$.

En conclusion, si par l'une des méthodes nous avons résolu le problème de l'écran, il se trouve aussi résolu par l'autre pour l'écran complémentaire.

Remarque. — a. On peut se demander s'il n'est pas possible d'étendre ces résultats à un écran qui ne soit pas plan. Il n'en est rien, car la possibilité de séparer le champ de perturbation en deux champs égaux dans les deux demi-espaces séparés par l'écran tient essentiellement au fait que l'écran est plan. On peut alors parler d'image. Moullin [4] souligne dans un cas analogue, celui du réflecteur métallique excité par un courant rectiligne, le fait que le seul cas où la solution analytique est abor-

dable est celui où l'on peut parler d'image, c'est-à-dire où le réflecteur est constitué d'éléments de plans;

b. L'existence d'écran infiniment mince n'a pas

de réalité physique, mais nous remarquons que la solution de l'écran infiniment mince peut s'adapter à l'écran de faible épaisseur, les champs tangentiels étant stationnaires pour $z = 0$.

CHAPITRE II.

Diffraction d'une ouverture unique dans un écran plan conducteur.

Le problème a déjà été très étudié par différents auteurs; on trouve en particulier dans la thèse de Vasseur un résumé complet des travaux effectués et un essai de résolution du problème général.

Comme dans tous les problèmes de propagation d'ondes, il existe deux méthodes pour aborder le problème. L'une utilise les fonctions propres et la séparation des variables, l'autre des sources auxiliaires et les fonctions de Green.

Méthode des fonctions propres.

Cette méthode ne s'applique que dans les cas où la surface des conditions aux limites est une quadrique. Pour le résumé des travaux déjà effectués et une bibliographie, nous reportons à la thèse de Vasseur, (p. 12 et suiv.). Rappelons que cette méthode a servi à résoudre le problème dans le cas du demi-plan indéfini [1], dans le cas de la fente indéfinie [6], et récemment dans le cas de l'ouverture circulaire [7].

Cette méthode demande des calculs longs et difficiles, mais permet d'aboutir à un résultat certain quand on peut l'appliquer. C'est en quelque sorte une méthode analytique, alors que la méthode plus directe consiste à disposer des sources auxiliaires et à vérifier les conditions du problème.

Signalons aussi la méthode de Sommerfeld, surtout utilisée en Acoustique [8] qui se rattache à la méthode des fonctions propres. On utilise une série de fonctions satisfaisant partiellement aux conditions aux limites et l'on cherche à ce que leur somme satisfasse globalement à ces conditions.

Méthode des sources auxiliaires.

Il existe deux manières générales d'envisager l'électromagnétisme. Soit comme Maxwell ne parler que de champ dans l'espace, envisager l'énergie comme répartie en tout point; on cherche alors à déterminer un champ dans l'espace qui satisfait aux équations de propagation et aux conditions aux limites comme l'indique le paragraphe précédent. Soit comme Lorentz estimer qu'il n'y a de réalité physique que dans les charges et courants électriques

auxquels l'énergie est liée, chercher à les déterminer directement et calculer les champs par la théorie des potentiels retardés. On complète d'ailleurs ce point de vue en introduisant des charges et courants magnétiques qui se déduisent des charges et courants électriques classiques en échangeant vecteurs électriques et vecteurs magnétiques dans les équations de Maxwell.

Examinons les possibilités de traiter le problème de l'écran par cette dernière méthode, particulièrement le *problème de l'ouverture unique en incidence normale*.

Reportons-nous au paragraphe précédent; nous devons déterminer un champ de perturbation $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$ dans l'espace $z > 0$ qui satisfasse aux conditions

$$\begin{aligned} \mathbf{H}'_{2T} &= \mathbf{H}_T \quad \text{sur } \Sigma, \\ \frac{\partial \mathbf{H}'_{2T}}{\partial z} &= 0 \quad \text{sur } S, \end{aligned}$$

le champ incident étant le champ $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$, Σ étant la surface de l'ouverture, S la surface de l'écran. Rappelons que le champ $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$ peut, après échange des vecteurs électriques et magnétiques affectés de signes convenables, représenter le champ de perturbation de l'espace $z > 0$ correspondant à l'écran métallique Σ . En introduisant alors des courants et des charges *électriques* sur l'écran Σ , on voit qu'on peut représenter les champs de perturbation dans les deux espaces $z > 0$ et $z < 0$. Ces champs liés par les relations (I.22), (I.27) sont représentés par le rayonnement des mêmes sources. Nous pouvons admettre que les deux faces de l'écran sont occupées par des sources identiques, qui rayonnent respectivement dans le demi-espace auquel elles font face. Physiquement, ces courants existent mais ne sont pas les seuls sur Σ , car le champ réel est constitué par les sommes $(\mathbf{E} + \mathbf{E}_1, \mathbf{H} + \mathbf{H}_1)$ pour $z < 0$ $(\mathbf{E} + \mathbf{E}_2, \mathbf{H} + \mathbf{H}_2)$ pour $z > 0$.

Si maintenant nous voulons déterminer directement le rayonnement d'une petite ouverture, nous voyons que nous sommes amenés à répartir sur cette dernière des courants et des charges déduits des courants et charges électriques en intervertissant $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$, c'est-à-dire des courants

et charges magnétiques. Nous remarquerons qu'alors les champs des deux espaces $z > 0$ et $z < 0$ ne se représentent plus par les mêmes sources, mais par des sources en opposition de phase. Ceci tient à la nature purement formelle des courants et charges magnétiques.

Les premiers, Larmor [9] et Tedone [10] ont pensé à représenter une onde dans une région limitée par une surface S en répartissant sur cette surface S des courants et charges électriques et magnétiques. Dans le cas d'une ouverture, leurs formules donnent un champ qui ne satisfait pas aux équations de Maxwell. Kottler [11] a montré qu'il fallait tenir compte non seulement de courants et de charges sur la surface S , mais aussi de courants et de charges linéaires sur son contour. Il a ainsi obtenu des champs qui, quelles que soient les sources, satisfont aux équations de Maxwell.

Calcul du champ à partir de courants et charges magnétiques.

Répartissons des charges et courants magnétiques, dont nous appelons η et $\mathbf{j}$ les densités de surface

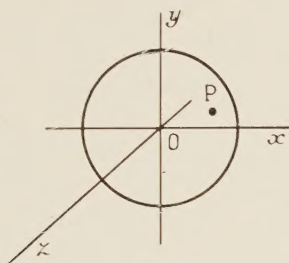


Fig. 1.

sur l'ouverture Σ , afin de représenter le champ de perturbation dans l'espace $z > 0$. La condition (I.4) du chapitre précédent sur S se trouve de ce fait satisfaite par le champ rayonné. Il nous reste à trouver la répartition de ces courants et de ces charges pour satisfaire la condition (I.15)

$$(I.15) \quad H_y = 0, \quad H_x = H = \text{const.}$$

Rappelons que nous cherchons à résoudre le problème de la diffraction de l'onde incidente plane dont la direction de propagation est normale au plan de l'ouverture.

Remarquons tout d'abord qu'il n'est pas nécessaire de considérer isolément les charges et des courants magnétiques. Ces derniers étant donnés, les charges s'en déduisent par la relation

$$\text{div } \mathbf{j} = i\omega\eta$$

dite de conservation de l'électricité.

Nous savons d'autre part qu'il est possible de satisfaire aux équations de Maxwell en un point M

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} - i\omega\mu \mathbf{H} &= 0, & \text{div } \mathbf{E} &= 0, \\ \text{rot } \mathbf{H} + i\omega\varepsilon \mathbf{E} &= 0, & \text{div } \mathbf{H} &= 0 \end{aligned}$$

en prenant

$$(II.1) \quad \mathbf{E} = i\omega\mu \text{rot } \Pi,$$

$$(II.2) \quad \mathbf{H} = \omega^2\varepsilon\mu \Pi + \text{grad div } \Pi.$$

En intervertissant E et H , on obtient des formules analogues; Π est appelé généralement l'antipotential vecteur de Hertz, ou vecteur de Hertz magnétique. La théorie des potentiels retardés conduit à le déduire des courants magnétiques par la formule

$$(II.3) \quad \Pi = \frac{1}{4\pi\mu} \int \frac{i}{\omega} \mathbf{j} \varphi \, ds.$$

$\mathbf{j}$, densité de surface de courant magnétique de l'élément ds entourant le point P .

$$\varphi = \frac{e^{ikr}}{r} \quad \text{avec } r = MP \text{ (fig. 1).}$$

Dans les formules (II.1) et (II.2), les dérivations portent sur les coordonnées du point M . Or celles-ci n'entrent dans la formule (II.3) que dans l'expression de φ , plus exactement dans r . Il est classique d'exprimer les formules en fonction des dérivés par rapport au point P , ces dernières se déduisent de celles par rapport à M par un simple changement de signe, ce qu'on peut exprimer symboliquement par $\frac{\partial}{\partial M} = -\frac{\partial}{\partial P}$; dans l'expression de Π (II.3) la dérivation ne porte pas sur $\mathbf{j}$, mais seulement sur φ ; rappelons ce fait en mettant un indice φ aux opérateurs différentiels. Cet indice signifie donc que nous dérivons par rapport aux variables du point P et seulement sur φ .

Nous trouvons

$$(II.4) \quad \mathbf{E} = \frac{i}{4\pi} \text{rot}_\varphi \int \mathbf{j} \varphi \, ds,$$

$$(II.5) \quad \mathbf{H} = \frac{i}{4\pi} \left(\omega\varepsilon \int \mathbf{j} \varphi \, ds + \frac{1}{\omega\mu} \text{grad}_\varphi \text{div}_\varphi \int \mathbf{j} \varphi \, ds \right).$$

Supposons d'abord le point M extérieur à la surface Σ . A partir de (II.4) et (II.5) nous retrouvons les formules de Kottler, dans lesquelles nous aurions supprimé les contributions de courants électriques éventuels disposés sur Σ . Le point M étant extérieur à Σ , la fonction sous le signe intégral est partout continue, ainsi que ses dérivées, nous pouvons intervertir les signes de dérivation et d'intégration. Le calcul classique [12] donne

$$(II.6) \quad \mathbf{E} = \frac{i}{4\pi} \int \mathbf{j} \times \text{grad}_\varphi \, ds,$$

$$(II.7) \quad \mathbf{H} = \frac{i}{4\pi} \int \left(i\omega\varepsilon \varphi \mathbf{j} - \frac{i}{\omega\mu} \text{div}_\varphi \mathbf{j} \text{grad}_\varphi \varphi \right) ds + \frac{i}{4\pi} \oint_C \text{grad}_\varphi \varphi [(\mathbf{n} \times \mathbf{j}) d\sigma].$$

Dans la formule (II.7) la dernière intégrale est une intégrale de contour, se rapportant au contour C de l'ouverture de surface Σ . $d\sigma$ est l'élément linéaire de ce contour, $\mathbf{n}$ la normale à la surface Σ .

LE CHAMP RAYONNÉ AU LOIN DU COTÉ $z > 0$. — Physiquement, la région du champ facilement accessible à l'expérience est la région éloignée de l'ouverture, les formules (II.6) et (II.7) relient en quelque sorte le champ dans l'ouverture et le champ au loin.

Calculons par exemple le champ électrique à l'infini.

On trouve

$$(II.8) \quad \mathbf{E} = \frac{ik}{4\pi} \varphi_0 \mathbf{u} \times \int \mathbf{j} \Delta \varphi \, ds,$$

avec

$$\varphi_0 = \frac{e^{ikOM}}{OM}, \quad \Delta \varphi = e^{ik\mathbf{OP} \cdot \mathbf{u}},$$

$\mathbf{u}$ étant le vecteur unitaire de OM .

En particulier, le champ en un point éloigné de l'axe Oz est donné par

$$\mathbf{E}_0 = \frac{ik}{4\pi} \varphi_0 \mathbf{u} \times \int \mathbf{j} \, ds.$$

Décomposons $\int \mathbf{j} \, ds$ en ses deux composantes sur Ox et Oy .

$$J_x = \int j_x \, ds,$$

$$J_y = \int j_y \, ds;$$

on trouve ainsi

$$E_x^0 = -\frac{ik}{4\pi} \varphi_0 J_y,$$

$$E_y^0 = \frac{ik}{4\pi} \varphi_0 J_x.$$

Si $J_y = 0$, le champ transmis a la même polarisation que le champ incident.

Si $J_y \neq 0$, le champ transmis a une composante suivant Ox , dans le cas général cette composante n'est pas en phase avec la composante suivant Oy , le champ transmis est *polarisé elliptiquement*; si elle est en phase et différente de zéro, on assiste à une rotation simple de la polarisation incidente, le champ est polarisé linéairement.

Nous étudierons plus loin ces différents cas et remarquerons l'analogie qui existe entre ces cas et l'optique cristalline classique.

Supposons que $J_y = 0$. Ce cas se produit en particulier si Oy est un axe de symétrie pour l'ouverture. C'est évidemment le cas pour l'ouverture

circulaire de centre O . On peut alors écrire pour un point éloigné de l'axe Oz

$$E_x^0 = \frac{ik}{4\pi} \varphi_0 J_x.$$

Supposons que, de plus, l'ouverture soit petite devant la longueur d'onde; dans ce cas l'expression du champ au loin peut s'écrire

$$(II.8) \quad \mathbf{E} = \frac{ik}{4\pi} \varphi_0 \mathbf{u} \times \mathbf{J}_x.$$

Cette formule est la même que celle qui donne le champ électrique au loin d'un doublet magnétique dirigé suivant l'axe des x . On peut calculer le champ magnétique au loin par la formule (II.7) ou par la première équation de Maxwell, ce qui donne évidemment le même résultat, les champs calculés à partir des formules de Kottler satisfaisant aux équations de Maxwell [13]. On trouve ainsi un champ magnétique normal au plan formé de la direction de propagation et du vecteur électrique et dont le module se déduit de celui du vecteur électrique en le multipliant par le facteur $\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$.

Calculons le flux d'énergie rayonnée dans l'espace $z > 0$ par un tel doublet on trouve

$$S' = -\frac{1}{16\pi} k \epsilon \omega (J_x)^2.$$

Or l'énergie est rayonnée, S' doit être positif, donc J_x est imaginaire pur, mais j_x n'est autre en réalité que la composante suivant Oy du champ électrique dans l'ouverture. Comme cette dernière est de petites dimensions devant la longueur d'onde, la quadrature de J_x entraîne celle de j_x , donc de E_y .

D'ailleurs le flux dans l'ouverture est donné par

$$S = \frac{1}{2} Re \left(\int H_T E_y \, ds \right),$$

$$S = \frac{1}{2} H_T Re \left(\int j_x \, ds \right) = \frac{1}{2} H_T Re (J_x),$$

en égalant S et S' on démontre à nouveau que J_x est nécessairement imaginaire. Donc nous pouvons dire que dans l'ouverture petite devant la longueur d'onde les champs électriques et magnétiques transverses sont en quadrature.

Cet état est à rapprocher de celui du guide d'onde au-dessous de la fréquence de coupure.

Or, lorsque l'ouverture a des dimensions grandes devant la longueur d'onde, il est possible d'appliquer les formules de Kottler au champ incident pour calculer le champ au loin. Le champ existant alors dans l'ouverture est très voisin du champ incident.

En particulier, les champs électriques et magnétiques transverses sont en phase. Cet état est à rapprocher de celui du guide d'onde au-dessus de la fréquence de coupure.

En résumé, dans le cas de l'ouverture petite devant la longueur d'onde, on peut représenter le champ par un doublet magnétique dans le sens du champ incident. La valeur du champ au loin, donc le *diagramme* et le *facteur de transmission de l'ouverture*, sont fonctions de la seule valeur de $J_x = \int j_x ds$.

On comprend ainsi que l'application par Stratton et Chu des formules de Kottler à une fente dans un écran métallique, les champs sources étant égaux aux champs incidents, donne un diagramme exact, mais avec un facteur de transmission inexact [14]. De même, bien que le calcul de Bethe relatif à l'ouverture circulaire de petite dimension devant la longueur d'onde [3], ait donné des champs inexacts dans l'ouverture, ainsi que l'a démontré Bouwkamp [7], Bethe a obtenu des champs au loin et un coefficient de transmission corrects, la valeur de J_x coïncidant par chance avec celle qu'on peut calculer à partir des j_x exacts dans l'ouverture.

La quadrature des champs dans l'ouverture explique assez bien que le facteur de transmission

soit en $\left(\frac{\Sigma}{\lambda}\right)^2$ et non en $\frac{\Sigma}{\lambda}$ comme dans l'application ordinaire des formules de Kottler au champ incident. En définitive, l'application des formules de Kottler, bien que très intéressante, *ne résoud pas le problème*, elle nous indique simplement que *si nous trouvons les champs dans l'ouverture nous saurons les calculer au loin*.

Il est, de plus, possible de relier la valeur du champ au loin dans l'axe au flux du vecteur de Poynting dans l'ouverture. En effet, soit W le flux complexe du vecteur de Poynting dans l'ouverture, la partie réelle représente le flux de l'énergie active; la partie imaginaire, le flux de l'énergie réactive, on trouve

$$W = \frac{1}{c} H_T \int j_x ds.$$

Soit $e^0 = \frac{L_0}{c}$, on a

$$W = -\frac{i}{c} H_T e^0.$$

CALCUL DU CHAMP DANS L'OUVERTURE. — Repor-
tons-nous aux formules (II.4) et (II.5), ces for-
mules vont nous permettre de calculer un champ
dans l'ouverture. En écrivant que ce champ ainsi
calculé satisfait aux conditions aux limites sur l'ou-

verture, nous obtenons un groupe d'équations
intégrales qui résoud formellement le problème.

Copson [15, 16] a été le premier à envisager cette
méthode de résolution. Mais, comme Larmor et
Tedone dans leurs formules pour les champs au loin,
il n'a pas tenu compte de charges linéaires éventuelles
sur les bords de l'écran. Vasseur [2] a complété
ses formules par des intégrales de contour, de même
que Kottler a complété les formules de Larmor
et Tedone.

On ne peut utiliser directement les formules de
Kottler pour le calcul des champs dans l'ouverture,
car dans le calcul des champs au loin qui aboutit
aux formules (II.7) et (II.8) analogues aux formules
de Kottler, on intervertit l'ordre des dérivations
et des intégrations. Or, on ne peut le faire sans
précautions si la fonction sous le signe intégral
n'est pas régulière, et elle ne l'est pas si M est dans Σ .

Calculons le champ magnétique au point M
de l'ouverture Σ

$$\mathbf{H}(M) = \frac{i}{4\pi} \left(\omega \varepsilon \int \mathbf{j} \varphi ds + \frac{1}{\omega \mu} \mathbf{grad} \varphi \operatorname{div} \varphi \int \mathbf{j} \varphi ds \right).$$

Le calcul de $\operatorname{div} \varphi \int \mathbf{j} \varphi ds$ montre que cette quantité
est donnée par l'égalité (II.4)

$$\operatorname{div} \varphi \int \mathbf{j} \varphi ds = - \int \varphi \operatorname{div} \mathbf{j} ds + \oint \varphi (\mathbf{n} \times \mathbf{j}) d\sigma;$$

la seconde intégrale étant une intégrale sur le
contour de S , d'où la formule (II.9) qui n'est autre
que la formule (II.7) légèrement modifiée

$$(II.9) \quad \mathbf{H}(M) = \frac{i}{4\pi} \left[\omega \varepsilon \int \mathbf{j} \varphi ds + \frac{1}{\omega \mu} \mathbf{grad} \varphi \oint \varphi (\mathbf{n} \times \mathbf{j}) d\sigma - \frac{1}{\omega \mu} \mathbf{grad} \varphi \int \varphi \operatorname{div} \mathbf{j} ds \right].$$

Cette formule peut se décomposer en trois par-
ties. La première intégrale représente le champ dû
à une densité superficielle de courants magnétiques,
la deuxième intégrale le champ dû à une densité
linéaire de courants magnétiques sur le contour de
l'ouverture, la troisième le champ dû à une densité
superficielle de charges magnétiques.

Dans l'ouverture, on a par définition

$$\mathbf{j} = \mathbf{n} \times \mathbf{E},$$

ce qui peut s'écrire

$$\mathbf{E} = \mathbf{j} \times \mathbf{n}.$$

La seconde intégrale devient donc

$$I = - \mathbf{grad} \varphi \oint \varphi (\mathbf{E} d\sigma).$$

Or, qu'entendons-nous physiquement par écran infiniment mince et infiniment conducteur, sinon la limite d'un écran épais infiniment conducteur. Examinons de près les conditions aux limites à l'arête de l'écran. Soit un écran d'épaisseur ε dont le bord soit arrondi; par exemple l'enveloppe de sphères de diamètre ε dont les centres décrivent un contour C . Les conditions aux limites (fig. 2) sur un tel écran sont claires. Le champ électrique doit être partout normal à la surface du conducteur. En particulier, le champ situé dans xoy doit être normal à la tangente à C au point correspondant. De plus, le champ électrique ne saurait changer brutalement de direction dans un petit domaine ainsi qu'il le fait aux points A et A' opposés sur l'écran, sans passer par une grande valeur. C'est ce qu'on appelle classiquement en électrostatique le

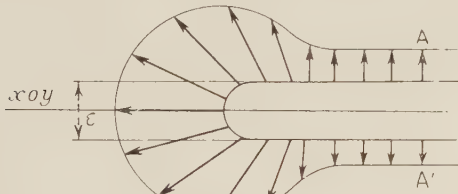


Fig. 2.

« pouvoir des pointes ». D'autre part, nous avons remarqué lorsque nous avons posé le problème, que les conditions aux limites pour l'écran infiniment mince et l'écran d'épaisseur finie sont peu différentes; si l'on préfère il n'y a pas de discontinuité physique entre le cas réel et le cas mathématique. L'expérience le démontre d'ailleurs. Nous avons fait des essais pour des longueurs d'onde de 8 et 23 cm avec des plaques métalliques d'épaisseur allant du $1/10^e$ de millimètre à 2 mm sans constater de changements apparents dans la transmission. Donc, si nous faisons tendre ε vers zéro, nous obtiendrons sur C des champs électriques qui deviendront infinis, l'énergie correspondante restant finie et qui seront toujours normaux à la tangente à C au point correspondant. Meixner [17] a d'ailleurs précisé ce point de vue en démontrant de plus que le champ électrique devient infini comme l'inverse de la racine carrée de la distance à l'arête. Un examen précis de la solution classique de Sommerfeld relative à l'arête rectiligne montre, par exemple, la même irrégularité quand on s'approche de l'arête. Bouwkamp a résolu le problème de l'ouverture circulaire, en considérant l'écran comme la limite d'un hyperboloïde de révolution à une nappe dont l'ouverture serait le cercle de gorge, il trouve aussi cette irrégularité et un

champ normal à l'arête dans l'ouverture. Nous pouvons donc affirmer que *l'intégrale I est nulle pour le champ vrai, dans le cas où l'écran est infiniment conducteur.*

La formule (II.9) devient alors

$$(II.9') \quad \mathbf{H}(M) = \frac{i\omega\varepsilon}{4\pi} \left(\int \mathbf{j} \varphi \, ds - \frac{1}{k^2} \text{grad} \varphi \int \varphi \, \text{div} \mathbf{j} \, ds \right).$$

La même remarque peut se faire sur la formule de Kottler (II.7). L'intégrale de contour doit s'annuler si l'on remplace $\mathbf{j}$ par la valeur vraie dans l'ouverture. C'est seulement dans ce cas que les formules de Larmor et Tedone donnent un champ au loin satisfaisant aux équations de Maxwell.

Cas de l'ouverture circulaire petite devant la longueur d'onde.

Nous avons vu que pour avoir le champ au loin sur l'axe oz et le facteur de transmission de l'ouverture circulaire excitée par une onde plane dont la direction de propagation est Oz , il nous suffit de savoir calculer $J_x = \int j_x \, ds$. Il serait évidemment très intéressant de connaître en détail les champs dans l'ouverture, mais ces derniers sont peu accessibles à l'expérience, et, de plus, par la suite nous ne nous servirons que des résultats des champs au loin.

L'équation (II.9) se décompose en deux

$$(II.10) \quad \begin{cases} 0 = \frac{i\omega\varepsilon}{4\pi} \left(\int j_y \varphi \, ds - \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial y} \Big|_{\varphi} \int \varphi \, \text{div} \mathbf{j} \, ds \right), \\ H_T = \frac{i\omega\varepsilon}{4\pi} \left(\int j_x \varphi \, ds - \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{\varphi} \int \varphi \, \text{div} \mathbf{j} \, ds \right). \end{cases}$$

Soit d le diamètre de l'ouverture. Bethe [1] a remarqué dans sa formule donnant $\mathbf{H}_T$ dans l'ouverture analogue à la formule (II.9) que l'intégrale portant sur $\text{div} \mathbf{j}$ et représentant l'effet de charges magnétiques était de l'ordre $\left(\frac{\lambda}{d}\right)^2$ par rapport à l'intégrale portant sur $\mathbf{j}$ et représentant l'effet des courants magnétiques. Ce qui lui a permis d'écrire pour $\frac{a}{\lambda}$ petit

$$(II.11) \quad H_T \approx - \frac{i\omega\varepsilon}{4\pi k^2} \text{grad} \varphi \int \varphi \, \text{div} \mathbf{j} \, ds.$$

Il s'est ainsi ramené à un problème connu en électrostatique : comment répartir des charges sur un disque pour obtenir sur ce dernier un champ constant. On sait que la répartition des charges est donnée par la formule

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}},$$

α , coefficient constant; x et r , coordonnées d'un point P quelconque de Σ .

Il lui restait à déterminer $\mathbf{j}$; pour cela il utilise la relation

$$(II.12) \quad \operatorname{div} \mathbf{j} = i\omega\eta$$

et trouve que la répartition de courant

$$(II.13) \quad j_y^{(1)} = 0, \quad j_x^{(1)} = +i\omega\alpha(\alpha^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}$$

satisfait à l'équation (II.12).

Or cette équation ne peut permettre de déterminer un vecteur, de façon unique, même dans deux dimensions. Il est facile de voir que ce n'est pas la seule solution de l'équation (II.12), il suffit d'ajouter à $\mathbf{j}^{(1)}$ un vecteur dérivant d'un rotationnel. pour satisfaire encore la relation (II.12). En particulier, la solution de Bethe ne satisfait pas à la condition aux limites sur le contour $(\mathbf{n} \times \mathbf{j}) d\tau = 0$. Alors que la solution directe par la séparation des variables donne, comme l'a montré Bouwkamp, une répartition pour $\mathbf{j}$, y satisfaisant.

Les formules sont en effet

$$(II.14) \quad \begin{cases} j_x^{(2)} = i\omega\frac{\alpha}{3} \frac{2\alpha^2 - y^2 - 2x^2}{\sqrt{\alpha^2 - x^2 - y^2}}, \\ j_y^{(2)} = i\omega\frac{2}{3} \frac{xy}{\sqrt{\alpha^2 - x^2 - y^2}}. \end{cases}$$

On vérifie que le courant de Bouwkamp $\mathbf{j}^{(2)}$ se déduit de celui de Bethe $\mathbf{j}^{(1)}$ en ajoutant un vecteur dérivant d'un rotationnel

$$\mathbf{j}^{(2)} = \mathbf{j}^{(1)} + \operatorname{rot} \mathbf{A},$$

$\mathbf{A}$ étant un vecteur dirigé suivant oz et donné par la formule

$$(II.15) \quad A = -i\omega\frac{\alpha}{3}r\sqrt{\alpha^2 - r^2}.$$

Comment se fait-il donc que le $J_x^{(1)} = \int j_x^{(1)} ds$ calculé par Bethe se soit trouvé égal à celui que l'on calculera en partant des expressions de Bouwkamp ? On peut écrire

$$\int j_x^{(2)} ds = \int j_x^{(1)} ds + \int (\operatorname{rot} A)_x ds,$$

$$J_x^{(2)} = J_x^{(1)} + \int_C \frac{\partial A}{\partial y} dy dx,$$

$$J_x^{(2)} = J_x^{(1)} + \int_C A dz,$$

le dernier terme est une intégrale le long du contour C de la surface Σ . Étant donné la formule (II.15) cette dernière intégrale est nulle, donc

$$J_x^{(2)} = J_x^{(1)}.$$

De la même manière

$$J_y^{(1)} = \int j_y^{(1)} ds$$

est nul dans la solution de Bethe, puisque $j_x^{(1)} = 0$ ainsi que dans celle de Bouwkamp, car

$$J_y^{(2)} = \int_C A dx = 0.$$

Ceci confirme la remarque que nous avons faite précédemment, à savoir que le champ transmis à l'infini dans l'axe avait la même polarisation que le champ incident.

L'ouverture circulaire en général.

Dans le cas général de l'ouverture de diamètre comparable à la longueur d'onde, ou supérieur à la longueur d'onde, il n'est plus possible de faire l'approximation de Bethe dans l'équation (II.9'). Toutefois pour une ouverture assez grande devant la longueur d'onde, comme nous le préciserons plus loin, il est possible de négliger dans la formule (II.9') l'intégrale exprimant la contribution des charges magnétiques devant celle qui provient des courants. Nous ferons ainsi l'approximation inverse de celle de Bethe et nous pouvons écrire

$$(II.16) \quad Hr \neq \frac{i\omega\varepsilon}{4\pi} \int j_x \varphi ds,$$

la formule (II.16) nous donne alors une équation intégrale assez simple qui peut nous permettre de déterminer j_x .

Cette équation (II.16) est la même que celle à laquelle on aboutit dans le problème analogue en Acoustique, j_x est alors remplacé par un potentiel des vitesses ψ . De nombreux auteurs se sont intéressés au problème du rayonnement de l'ouverture circulaire dans un écran rigide en Acoustique. On peut trouver une bibliographie du sujet dans l'article de Levine et Schwinger [18]. Ces derniers ont trouvé une formule exprimant le coefficient de transmission et le potentiel des vitesses au loin en fonction du potentiel des vitesses dans l'ouverture et ayant la propriété intéressante d'être stationnaire par rapport aux expressions exactes du potentiel dans l'ouverture. Opérons de même à partir de la formule (II.16). Nous cherchons, en effet, à calculer

$$(II.17) \quad c^0 = \frac{ik}{4\pi} \int j_x ds$$

à partir de la formule

$$(II.16) \quad Hr = \frac{i\omega\varepsilon}{4\pi} \int j_x \varphi ds.$$

Dans l'intégrale de la formule (II.16) j_x est fonction de $P(x, y)$ et φ est fonction à la fois de $P(x, y)$ et de $M(x', y')$. Multiplions les deux membres de l'égalité (II.16) par $j_x(M)$ courant magnétique existant en $M(x', y')$ et intégrons les deux membres sur la surface Σ . On trouve

$$H_T \int j_x(M) ds' = \frac{i\omega\epsilon}{4\pi} \int j_x(P) j_x(M) \varphi(MP) ds ds',$$

d'où, à l'aide de la formule (II.17),

$$(II.18) \quad e_0 = H_T \omega \mu \frac{\int j_x(M) ds' \int j_x(P) ds}{\int j_x(P) j_x(M) \varphi(MP) ds ds'}.$$

Cette expression est homogène en $j_x(P)$ $j_x(M)$ et symétrique en M et P . On démontre [18], [19] que la variation δe_0 de e_0 donnée par la formule (II.18) est nulle pour des variations δj_x , j_x étant donné par la formule (II.16).

Dans leur article, Levine et Schwinger calculent le coefficient de transmission, à l'aide d'une formule analogue à la formule (II.18). Ils utilisent pour le potentiel des vitesses dans l'ouverture ψ un développement de la forme

$$(II.19) \quad \psi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{n-\frac{1}{2}}$$

et obtiennent ainsi un coefficient de transmission relatif t de l'ouverture.

On peut penser à utiliser leurs résultats pour le problème qui nous intéresse. Néanmoins, on ne doit pas perdre de vue les différences essentielles qui existent entre le problème électromagnétique et le problème acoustique. En particulier est-il possible d'adopter pour j_x une expression de la forme (II.19) étant donné les conditions différentes sur le contour de l'ouverture pour ψ et pour j_x . On reconnaît pour premier terme du développement (II.19) l'expression donnée par Bethe pour le courant magnétique dans le cas d'une ouverture petite devant la longueur d'onde. Nous avons vu que cette expression ne correspond pas aux vraies valeurs trouvées par Bouwkamp. Sous ces réserves, nous pouvons adopter pour $\frac{d}{\lambda}$ assez grand le même

facteur de transmission relatif que celui donné en Acoustique par Levine et Schwinger.

La mesure par l'expérience du champ rayonné au loin sur l'axe, lié au coefficient de transmission par la formule page 212 devrait pouvoir nous indiquer si cette assimilation est valable. Malheureusement cette mesure n'a pu être effectuée avec une préci-

sion suffisante pour conclure. Nous verrons plus loin que des mesures effectuées sur des écrans percés d'ouvertures circulaires égales et régulièrement espacées nous permettent de fixer la séparation des domaines de validité de l'approximation précédente et de l'approximation statique $\frac{d}{\lambda} = 0,43$.

Au-dessous de cette valeur on peut adopter le coefficient de transmission de Bethe, au-dessus de celui proposé en Acoustique par Levine et Schwinger.

Sur la figure 3, nous avons porté en abscisse la valeur de $\frac{d}{\lambda}$, en ordonnée, le coefficient de transmission relatif de l'ouverture unique obtenu en

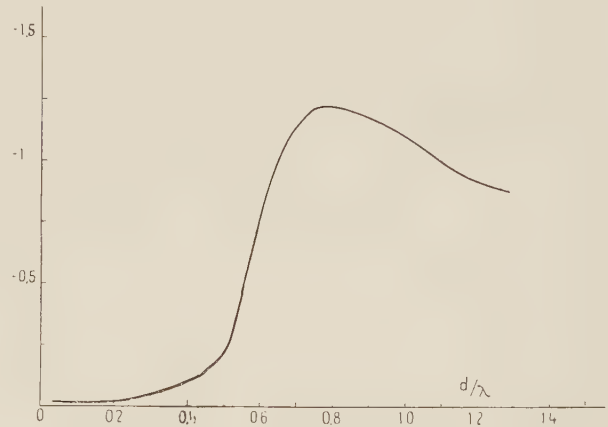


Fig. 3.

utilisant l'approximation de Bethe pour $\frac{d}{\lambda} < 0,43$, et en raccordant cette courbe avec celle de Levine et Schwinger pour l'Acoustique.

Physiquement, nous pouvons obtenir de nombreux renseignements qualitatifs sur l'ouverture circulaire dans un écran. Si le diamètre de cette dernière est grand devant la longueur d'onde, l'ouverture laisse passer comme en optique un faisceau d'onde qui est le prolongement direct de l'onde incidente. Mais au fur et à mesure de la réduction de d devant λ , les phénomènes de diffraction apparaissent; au lieu d'être concentrée en un faisceau de petite dimension angulaire, l'énergie rayonnée se disperse dans tout l'espace image. Finalement, si le diamètre d est petit devant la longueur d'onde, l'ouverture a un diagramme de rayonnement au loin analogue à celui d'un doublet magnétique (pour une onde incidente normale, bien entendu).

Rappelons que le champ au loin sur l'axe est donné par la formule

$$E_N^0 = \frac{ik}{4\pi} \varphi_0 \int E_T ds.$$

avec $\varphi_0 = \frac{e^{i\lambda R}}{R}$, E_y champ électrique dans l'ouverture. Cette formule relie en amplitude et en phase le champ au loin dans l'axe au champ dans l'ouverture. Nous avons vu que lorsque d est petit devant λ le champ électrique E_y est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur H_T dans l'ouverture. Le champ magnétique tangentiel dans l'ouverture H_T n'est autre que celui de l'onde incidente. De plus, lorsque l'ouverture est grande devant la longueur d'onde (cas optique), les champs dans l'ouverture et au loin sont très voisins de champ de l'onde incidente. En résumé, lorsque d diminue d'une valeur grande devant λ à une valeur petite devant λ , la phase du champ transmis dans l'axe augmente de $\frac{\pi}{2}$, tandis que les dimensions angulaires du pinceau transmis augmentent jusqu'à ce que le diagramme de rayonnement devienne analogue à celui d'un doublet. Ce fait est à rapprocher de l'avance de phase de π d'une onde sphérique passant par un foyer. L'ouverture petite devant λ nous fait passer d'une onde plane à une onde sphérique, elle opère une « demi-focalisation » ayant pour conséquence une avance de phase de $\frac{\pi}{2}$.

L'ouverture possédant deux axes de symétrie rectangulaire.

Soit une ouverture (fig. 4) possédant deux axes de symétrie rectangulaire : Ox et Oy . Supposons que la polarisation, autrement dit le champ électrique de l'onde incidente, soit parallèle à Oy . L'expérience montre que l'onde transmise en un point éloigné de l'axe Oz possède la même polarisation que l'onde incidente.

On peut donc écrire

$$\int j_y ds = 0,$$

ou encore

$$\int E_x ds = 0.$$

Les conclusions seraient évidemment analogues si la polarisation de l'onde incidente était dirigée suivant Ox . Supposons maintenant que l'onde incidente, dont la direction de propagation est Oz , ait une polarisation quelconque. Elle peut se décomposer suivant deux ondes incidentes ayant leurs polarisations parallèles à Ox et Oy . Chacune de ces

ondes donne dans l'espace-image une onde transmise avec des amplitudes relatives différentes et des phases différentes. En effet, les coefficients de transmission sont différents suivant que la polarisation est dirigée suivant Ox ou Oy . On observe donc en un point éloigné de l'axe des z une polarisation elliptique. C'est le résultat donné par l'expérience. Il n'est pas possible d'amener au zéro l'indication du champ reçu par un analyseur constitué par un guide terminé par un cornet. Ces faits sont à rapprocher de phénomènes observés sur les cristaux [20] comme nous le verrons plus loin.

Remarque. — On peut préciser de manière intuitive les relations de symétrie existant sur les champs dans l'ouverture. Tout d'abord, nous savons que le

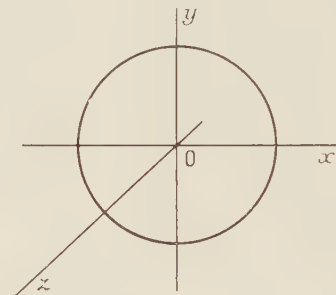


Fig. 4.

champ magnétique est égal au champ incident. Cherchons les relations de symétrie existant sur le champ électrique dans l'ouverture dans le cas d'une onde incidente plane dont la direction de propagation est Oz .

Effectuons une symétrie autour de Oz sur l'onde incidente, nous devons avoir les mêmes champs dans l'ouverture changés de signe. Nous devons, d'autre part, retrouver l'état initial en effectuant une symétrie autour de Oz de l'ouverture. Nous pouvons donc en déduire que les champs électriques en deux points symétriques par rapport à O se déduisent l'un de l'autre par une symétrie par rapport à O suivi de changement de signe. De même, si nous remplaçons l'onde incidente provenant des $z < 0$ par une onde provenant des $z > 0$ et si nous effectuons une symétrie de l'écran par rapport à Oy , nous voyons que les champs électriques de deux points symétriques par rapport à Oy se déduisent l'un de l'autre par la même symétrie. Donc E_y ne change pas de signe si x ou y se changent en $-x$ ou $-y$ et E_x change de signe si x se change en $-x$ ou y en $-y$.

CHAPITRE III.

Diffraction par un écran plan conducteur d'une onde plane en incidence normale.

Nous avons précisé au premier chapitre les conditions du problème pour un écran plan quelconque et une onde quelconque. Par la suite, l'onde incidente est l'onde plane de l'espace indéfini dont la direction

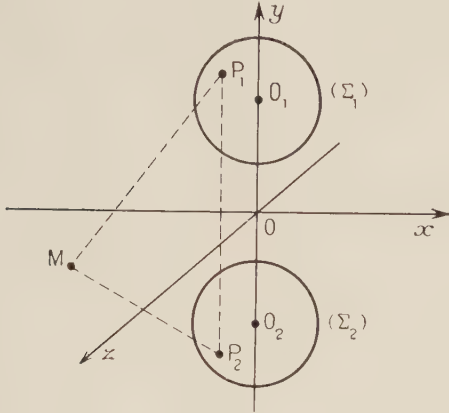


Fig. 5.

de propagation est normale à l'écran. Les écrans considérés sont constitués par des plans conducteurs parfaits, percés d'ouvertures égales possédant deux axes de symétrie rectangulaire parallèles à Ox et Oy et dont les centres forment les sommets d'un quadrillage régulier de côtés parallèles à Ox et Oy .

Avant de passer à ce cas général considérons un écran percé de deux ouvertures égales possédant des axes de symétrie parallèles à Ox et Oy et dont les centres O_1 et O_2 sont situés sur Oy et tels que O soit le milieu du segment $O_1 O_2$. Attaquons-les du côté $z < 0$ par une onde plane dont la direction de propagation est normale au plan de l'écran et dont la polarisation est dirigée suivant $O_1 O_2$. Supposons que les champs dans chacune des ouvertures soient les mêmes que si elles étaient isolées.

Nous avons vu qu'en un point P d'une telle ouverture Σ_1 isolée la composante sur Ox de la densité de courant magnétique ne change pas de signe si x ou y se changent en $-x$ ou $-y$ et la composante sur Oy change de signe pour un échange de x en $-x$ ou de y en $-y$.

Rappelons que le champ électrique en M dû à la diffraction de l'ouverture Σ_1 est donné par la formule

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_1} \mathbf{j} \times \mathbf{grad} \varphi \, ds.$$

La contribution d'une surface élémentaire entourant le point P_1 est proportionnelle à

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{j}_1 \times \mathbf{grad} \varphi_1.$$

Soit M un point du plan xOz , plan médiateur du segment $O_1 O_2$.

Soient (j_x, j_y) les composantes de $\mathbf{j}_1$ en P_1 .

Soient (X, Y, Z) les composantes de $\mathbf{grad} \varphi_1$ pour les points M et P_1 ; les composantes de $\mathbf{e}_1$ sont

$$\mathbf{e}_1 \begin{cases} j_y Z, \\ -j_x Z, \\ j_x Y - j_y X. \end{cases}$$

Soit P_2 le point de l'ouverture Σ_2 symétrique de P_1 par rapport à xOz , les composantes de $\mathbf{j}_2$ en P_2 sont $(j_x, -j_y)$ les composantes de $\mathbf{grad} \varphi_2$ sont $(X - Y, Z)$, d'où les composantes de $\mathbf{e}_2$

$$\mathbf{e}_2 \begin{cases} -j_y Z, \\ -j_x Z, \\ -j_x Y + j_y X. \end{cases}$$

En additionnant les composantes de $\mathbf{e}_1$ et $\mathbf{e}_2$, on voit que la contribution totale de P_1 et P_2 nous

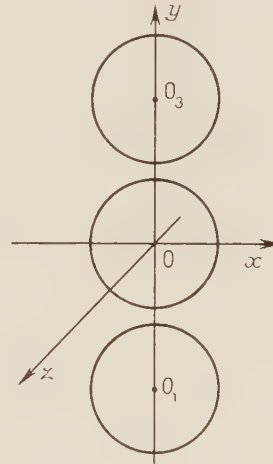


Fig. 6.

donne un vecteur parallèle à Oy . Donc le champ électrique rayonné par les ouvertures Σ_1 et Σ_2 en un point du plan xOz est normal à ce plan. On voit facilement que $\frac{\partial E_z}{\partial z}$ est nul en tout point du plan.

Ces conditions montrent qu'on peut remplacer

le plan xOz par un conducteur parfait sans changer le champ rayonné dans l'espace $z > 0$. Remarquons qu'il en est de même pour l'espace $z < 0$, la métallisation du plan xOz ne peut modifier le champ incident, ni le champ diffracté par réflexion comme on le vérifie sur les égalités de symétrie qui lient le champ diffracté par transmission dans l'espace $z > 0$ à celui diffracté par réflexion dans l'espace $z < 0$.

Physiquement ces résultats sont naturels, c'est en quelque sorte le théorème des images électriques. Σ_2 est l'image de Σ_1 à travers le plan xOz .

Considérons maintenant les deux ouvertures circulaires, mais excitées cette fois par une onde incidente dont la polarisation est normale à la direction O_1 et O_2 . On peut démontrer de même que le champ électrique rayonné en un point M du plan xOz est toujours contenu dans ce plan et, de plus, que $\frac{\partial \mathbf{E}_{\text{ray}}}{\partial y} = 0$. Nous retrouvons les conditions aux limites de ce que nous avons appelé plan d'impédance infinie par opposition au conducteur parfait appelé plan d'impédance nulle. De la même manière, considérons un nombre impair d'ouvertures, par exemple trois (fig. 6) dont les centres O_1, O, O_3 sont alignés.

Nous pouvons démontrer que le plan de symétrie xOz passant par le centre O de l'ouverture centrale est, soit un plan d'impédance nulle, soit un plan d'impédance infinie, suivant que la polarisation de l'onde incidente est normale ou parallèle à ce plan.

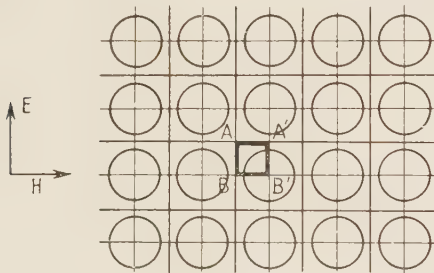


Fig. 7.

Ces résultats peuvent se généraliser dans le cas où l'on a une infinité d'ouvertures égales dont les centres occupent les sommets d'un quadrillage rectangulaire régulier. On peut toujours, à condition de négliger l'interaction entre les ouvertures, démontrer que le champ électrique rayonné dans l'espace $z > 0$ en des points de plans de symétrie du quadrillage normaux à la polarisation de l'onde incidente, est normal à ces plans et stationnaire pour un déplacement petit. On peut donc métalliser ces plans. De la même manière, on peut remplacer les plans de symétrie parallèles au vecteur électrique de l'onde incidente par des plans d'impédance infinie (fig. 7).

Cette façon de voir a pour intérêt de nous ramener à un problème d'ondes guidées.

Il nous suffit, en effet, de résoudre le problème de l'obstacle constitué par une ouverture dans le guide particulier formé de deux parois à impédance nulles AA', BB' et deux parois à impédance infinies $AB, A'B'$. Le problème est simplifié dans une certaine mesure par rapport à celui de l'ouverture unique, l'énergie ne pouvant se propager que suivant un nombre restreint de modes. Le champ total se déduira du champ de ce guide par de simples translations $AA\tilde{A}'$ ou $AB\tilde{B}'$, accompagnées de symétries.

Étude du guide AA', BB' .

Supposons que le guide $AA' BB'$ a une section rectangulaire et que les parois AA' et BB' sont

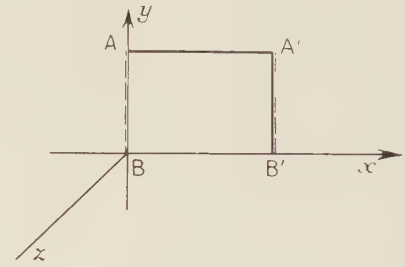


Fig. 8.

d'impédance nulle, tandis que les parois AB et $A'B'$ sont d'impédance infinie (fig. 8).

Soient des axes de coordonnées Bx et By . Une modification légère des ondes guidées classiques du guide rectangulaire à parois métalliques permet de trouver celles du guide considéré. Soit

$$\begin{aligned} AB = A'B' &= b, \\ AA = BB' &= a. \end{aligned}$$

Il nous suffit, en effet, de prendre pour vecteur de Hertz longitudinal [13] des expressions de la forme sinus $\times$ cosinus au lieu de prendre sinus $\times$ sinus ou cosinus $\times$ cosinus. On trouve ainsi.

Modes électriques :

$$\text{I.} \left\{ \begin{aligned} E_x &= ik_z \frac{n_1 \pi}{a} \sin \frac{n_1 \pi}{a} x \sin \frac{n_2 \pi}{b} y, \\ E_y &= -ik_z \frac{n_2 \pi}{b} \cos \frac{n_1 \pi}{a} x \cos \frac{n_2 \pi}{b} y, \\ E_z &= \alpha^2 \cos \frac{n_1 \pi}{a} x \sin \frac{n_2 \pi}{b} y, \\ H_z &= 0, \\ \mathbf{H}_T &= -\frac{\omega \varepsilon}{k_z} \mathbf{u} \times \mathbf{E}_T. \end{aligned} \right.$$

$\mathbf{u}$, vecteur unitaire de la direction Bz .

Modes magnétiques :

$$\text{II.} \left\{ \begin{array}{l} H_x = ik_z \frac{n_1 \pi}{a} \cos \frac{n_1 \pi}{a} x \cos \frac{n_2 \pi}{b} y, \\ H_y = -ik_z \frac{n_2 \pi}{b} \sin \frac{n_1 \pi}{a} x \sin \frac{n_2 \pi}{b} y, \\ H_z = -\alpha^2 \sin \frac{n_1 \pi}{a} x \cos \frac{n_2 \pi}{b} y, \\ E_z = 0, \\ \mathbf{E}_T = \frac{\omega \varepsilon}{k_z} \mathbf{u} \times \mathbf{H}_T, \end{array} \right.$$

avec

$$\alpha^2 = k^2 - k_z^2 = \left(\frac{n_1^2}{a^2} + \frac{n_2^2}{b^2} \right) \pi^2.$$

On vérifie que les champs décrits par ces formules satisfont aux conditions aux limites. En divisant les formules des modes électriques, par exemple, par n_2 et en faisant tendre n_1 et n_2 vers zéro, on voit qu'on retrouve l'onde plane indéfinie, qui n'est autre que le mode (0, 0) de ce guide. Le résultat est physiquement évident, l'onde plane indéfinie satisfaisant aux conditions aux limites.

Appelons $\mathcal{E}_{n_1 n_2}$ et $\mathcal{H}_{n_1 n_2}$ les modes électriques et magnétiques correspondant aux nombres n_1 et n_2 . On voit que les modes $\mathcal{E}_{n_1 0}$ et $\mathcal{H}_{0 n_2}$ n'ont pas de signification physique. Ce guide possède un mode principal et ses modes fondamentaux sont $\mathcal{E}_{01}$ et $\mathcal{H}_{10}$.

Les formules des champs sont pour $\mathcal{H}_{10}$.

$$\text{(III.1)} \left\{ \begin{array}{l} H_x = ik_z \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi x}{a}, \quad E_x = 0, \\ H_y = 0, \quad E_y = -i\omega \varepsilon \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi x}{a}, \\ H_z = -\frac{\pi^2}{a^2} \sin \frac{\pi x}{a}; \quad E_z = 0, \end{array} \right.$$

avec

$$k_z^2 = k^2 \left(1 - \frac{\lambda^2}{4a^2} \right)$$

de même pour $\mathcal{E}_{01}$

$$\text{(III.2)} \left\{ \begin{array}{l} E_x = 0, \quad H_y = 0, \\ E_y = ik_z \frac{\pi}{b} \cos \frac{\pi y}{b}, \quad H_x = i\omega \varepsilon \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi y}{b}, \\ E_z = \frac{\pi^2}{a^2} \sin \frac{\pi y}{b}; \quad H_z = 0. \end{array} \right.$$

Étude de l'écran dans le guide.

En définitive il nous faut étudier le problème de la transmission et de la réflexion d'une onde sur l'obstacle constitué par une plaque métallique obturant normalement le guide.

Supposons que les dimensions des côtés a et b soient inférieures à $\frac{\lambda}{2}$. — Le seul mode qui peut se pro-

pager dans le guide est le mode principal, les modes supérieurs sont évanescents. Soit une onde principale se propageant dans le sens des $z > 0$, supposons de plus que les extrémités du guide ne réfléchissent pas les ondes qui pourraient y arriver. L'existence de l'obstacle fait naître un régime d'onde qui peut s'exprimer à l'aide des différents modes du guide. Les modes de numéro les plus bas qui sont excités sont les modes $\mathcal{H}_{10}$ et $\mathcal{E}_{01}$. Dans le cas considéré de a et b inférieurs à $\frac{\lambda}{2}$, ces modes sont évanescents,

donc rapidement atténués le long de Oz. A une certaine distance de l'obstacle, le seul mode existant est le mode principal, c'est-à-dire l'onde plane classique. Si nous considérons l'écran dans son ensemble, nous voyons que nous retrouvons une surface d'onde plane dans l'espace-image à une distance assez faible de l'écran. En résumé, si les dimensions a et b sont inférieures à λ , on est ramené au problème de l'obstacle dans un guide d'onde, ce dernier étant terminé par des impédances caractéristiques et parcouru par un seul type d'onde. J. Ortusi [21] a établi à partir du théorème de conservation de l'énergie et du théorème de réciprocité la forme générale des coefficients de réflexion et de transmission d'une onde dans un guide vis-à-vis d'un obstacle sans pertes. Nous reprendrons ses notations.

Soit i l'onde incidente t l'onde transmise, r l'onde réfléchie, on peut écrire ⁽¹⁾

$$t = i \sin u e^{i\varphi},$$

$$r = -\cos u e^{i\varphi}.$$

Dans le cas d'un obstacle d'épaisseur petite devant la longueur d'onde par exemple une plaque mince percée d'un trou, l'égalité des champs rayonnés de part et d'autre de l'obstacle amène à la relation

$$t = i + r,$$

d'où l'on tire

$$\varphi = \pi + u;$$

en définitive.

$$\text{(III.3)} \quad t = -i \sin u e^{i\varphi},$$

$$\text{(III.4)} \quad r = -\cos u e^{i\varphi}.$$

Nous appellerons u l'angle de l'obstacle. Il est facile de voir que les notions précédentes sont analogues à celles d'impédance sur une ligne de transmission. La relation $t = i + r$ caractérise l'impédance en dérivation, la relation complémentaire $t = i - r$ caractérisant l'impédance en série.

⁽¹⁾ Dans cette partie, nous avons conservé comme facteur temps le facteur $\exp(+j\omega t)$ au lieu du $\exp(-j\omega t)$ de la section précédente.

L'obstacle mince sans perte dans une ligne de transmission peut être assimilé à une self ou une capacité suivant que le signe de u est respectivement négatif ou positif. Certains auteurs ont déjà pensé [22], [23] à rapprocher les phénomènes existant dans des milieux constitués d'écrans minces de ceux de lignes de transmission chargées d'impédances.

Nous sommes partis d'ouvertures toutes égales, disposées suivant les sommets d'un quadrillage rectangulaire. Ceci a permis de démontrer que dans le cas où les côtés du quadrillage étaient inférieurs à λ une onde plane tombant normalement sur un tel écran étant transmise et réfléchie suivant une onde plane. Ce résultat peut se généraliser dans le cas où les ouvertures ne sont plus disposées suivant un quadrillage, mais où les distances de leurs centres sont néanmoins inférieures à λ . De plus, en appliquant le théorème de Babinet, les résultats d'un écran constitué d'un plan conducteur percé d'ouvertures peuvent s'étendre au cas de l'écran complémentaire constitué de disques.

Le calcul direct de la diffraction d'une ouverture dans le guide considéré plus haut peut s'effectuer dans un cas simple, celui où l'écran est constitué par des bandes de plans [24]. Dans le cas général, et même dans le cas de l'ouverture circulaire, le calcul extrêmement compliqué est pratiquement insoluble et de peu d'intérêt, étant donné la possibilité de mesures expérimentales précises.

Mesure du coefficient de transmission d'une plaque.

Posons-nous le problème de la mesure du coefficient de transmission d'une plaque métallique, percée d'ouvertures circulaires dont les centres sont les sommets d'un quadrillage de côtés égaux et inférieurs à λ .

Soit, par exemple, une plaque métallique de 2 mm d'épaisseur percée de trous circulaires égaux de diamètre égal à 35 mm et dont les distances des centres soient de 65 mm. Cherchons à connaître son coefficient de transmission pour une onde polarisée de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 8,20$.

MESURE DIRECTE. — On peut essayer de faire tomber une onde plane sur un tel écran et mesurer directement l'onde transmise. Il ne faut pas oublier que l'onde plane n'a pas de réalité physique et est une simplification destinée au calcul.

On peut assimiler dans une certaine mesure une onde sphérique à une onde plane. C'est ce que nous ferons en faisant tomber sur un écran carré de 65 cm de côté l'onde issue d'un cornet de surface d'ouver-

ture 25×25 cm et de profondeur 35 cm. A 2,50 m de distance l'onde qui tombe sur le carré de 65×65 est sensiblement plane, car elle semble provenir du sommet du cornet. On utilise comme récepteur un cornet identique (fig. 9).

La mesure est très simple, on note le champ reçu en B provenant de A en l'absence et en présence de l'écran E ; le rapport de ces champs nous fournit directement le coefficient de transmission. Cette mesure n'a de mérite que sa simplicité. En effet, tout d'abord elle suppose qu'il n'existe pas de régime stationnaire entre les cornets et l'écran. Or en déplaçant l'un des cornets, l'indication du champ reçu varie avec une périodicité rapprochée, ce qui prouve l'existence « d'ondes stationnaires » en quelque sorte. On peut penser à éloigner encore les deux cornets par rapport à l'écran, de façon à « découpler » source et récepteur de l'écran. Mais alors, l'écran n'interceptera plus la majorité de

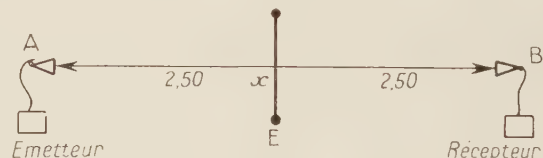


Fig. 9.

l'énergie émise. Si l'on agrandit l'écran, on fait naturellement renaître la difficulté précédente.

D'autre part, l'effet de bord est important, une partie de l'énergie qui n'est pas interceptée par l'écran est captée par le récepteur et vient fausser les indications. On peut penser à disposer un grand écran métallique qui complète l'écran E ; mais, on constate expérimentalement que la diffraction de l'ouverture de 65×65 cm, ainsi constituée vient alors fausser la mesure et qu'il est encore préférable d'opérer sans cet écran supplémentaire.

Mesure de la phase de l'onde transmise.

On pourrait penser à mesurer la phase de l'onde transmise par un dispositif interférométrique analogue à celui qui est décrit dans le chapitre V; ici, encore, on se heurte à deux difficultés. Comme précédemment, le champ reçu n'est pas celui qu'on cherche à mesurer. D'autre part, il faut comparer la phase de deux ondes d'amplitude très différentes. Or, ce problème est délicat; car, en général, une atténuation s'accompagne d'une importante variation de phase qui fausse la mesure.

PAR EFFET DE FILTRE. — Nous savons qu'en disposant deux obstacles égaux sur une ligne de

transmission, nous pouvons constituer un résonateur. En disposant deux écrans égaux et parallèles, nous pouvons le faire également. Soient deux obstacles sur une ligne de transmission ($t_1 r_1$), ($t_2 r_2$) séparés par une distance x (fig. 10). On peut écrire le coefficient de transmission T de l'ensemble

$$T = q \frac{t_1 t_2}{1 - q^2 r_1 r_2}, \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{2\pi x}{\lambda}, \quad q = e^{-i\theta}$$

d'où pour deux obstacles égaux :

$$T = e^{-i\theta} \frac{-\sin^2 u e^{iu}}{1 - \cos^2 u e^{2i(u-\theta)}}.$$

Le maximum égal à 1 du module de T s'obtient pour

$$\theta = K' \pi + u \quad (K' = 1, 2, \dots).$$

Dans notre cas particulier, on a toujours $u < \pi$ (obstacle équivalent à une self) et les différentes résonances s'obtiendront pour

$$(III.3) \quad \frac{2\pi x}{\lambda} = \theta = K' \pi - |u|,$$

$|u|$ pouvant varier de 0 à $\frac{\pi}{2}$ posons $|u| = \frac{\pi}{2} - \alpha$, on a

$$(III.3') \quad \frac{2\pi x}{\lambda} = \theta = \frac{\pi}{2} + \alpha - K \pi \quad (K = 0, 1, 2, \dots),$$

α ou u caractérisent complètement l'obstacle.

Les formules (III.1) et (III.2) deviennent

$$(III.1') \quad t = \cos \alpha e^{i\alpha},$$

$$(III.2') \quad r = i \sin \alpha e^{i\alpha}.$$

L'écran du problème caractérisé entièrement par une valeur de α comprise entre zéro et $\frac{\pi}{2}$, la mesure de l'avance de phase de l'onde transmise n'est autre que α .

Nous allons chercher à mesurer, soit la surtension du résonateur, soit la distance des obstacles à la résonance. On peut opérer, soit à fréquence fixe en faisant varier la distance entre plaques, soit en laissant la distance fixe et en faisant varier la fréquence. Or, en faisant varier la fréquence on ne peut être sûr que seul le résonateur agit sur l'indication de champ reçu. En effet, le régime d'onde stationnaire entre les cornets varie, ainsi que le niveau de la source et les indications pour une même énergie incidente de récepteur. On peut, dans une large mesure, corriger ces deux derniers défauts en utilisant des mesureurs de champ non accordé, c'est-à-dire à faible surtension. Néanmoins, il est plus sûr d'opérer à fréquence fixe, l'autre méthode servant éventuellement de vérification.

Nous disposerons donc comme précédemment (fig. 9) les deux cornets d'émission et de réception. L'écran E de la figure est constitué de deux plaques identiques parallèles, normales à AB , dont on peut faire varier l'écartement x . La mesure de la surtension peut s'effectuer en notant les différences d'écartements se produisant de part et d'autre de la position du maximum de transmission pour une transmission égale en puissance à la moitié de la transmission maximum. Ici s'introduit une cause d'erreur importante. Si l'on substitue au résonateur une plaque métallique pleine, on voit que le champ reçu n'est pas nul comme il se devrait, on reçoit par diffraction des bords sensiblement le tiers en champ de la transmission en l'absence d'écran. On comprend que cela suffise à fausser toutes les indications de mesures directes des champs.

En définitive, la seule méthode correcte et qui nous donne des résultats cohérents est la mesure de l'écartement des plaques pour un maximum de transmission,

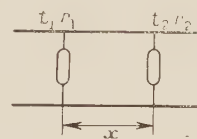


Fig. 10.

l'influence des champs parasites est alors éliminée. Notons que l'écartement des obstacles est celui des plans de symétrie, comme pour des obstacles de faible épaisseur dans un guide.

On trouve ainsi pour la plaque percée d'ouvertures circulaires de 35 mm dont les centres sont écartés de 65 mm un écart des plans de symétrie donnant, grâce à la formule (III.3), une valeur de $|u|$

$$u = 0,27 \text{ rad.}$$

Vérifications. — 1. En disposant quatre plaques identiques aux précédentes et telles que leurs plans de symétrie soient éloignés de la même distance, on peut constituer un véritable filtre présentant trois maxima de transmission en fonction de la fréquence. L'écart en fréquence de ces maxima peut, dans la mesure où l'obstacle lui-même n'est pas sensible en fréquence, nous donner la valeur de u . On retrouve après expérience, une valeur très voisine de la précédente. Cette expérience constitue une vérification de la méthode choisie. C'est d'ailleurs elle, dans les mesures précédentes, qui nous a imposé le plan de symétrie d'une plaque pour abscisse zéro.

2. En écartant deux plaques tout en les maintenant parallèles, on doit trouver des maxima de

transmission correspondant à des écartements régulièrement échelonnés de $\frac{\lambda}{2}$. C'est ce qu'on retrouve exactement aux erreurs d'expériences près.

Remarque. — 1. Les ouvertures ont été placées dans ces mesures en regard les unes des autres. On voit par l'expérience, qu'en ne les mettant plus en face les unes des autres, par exemple en quinconce, on diminue le coefficient de transmission légèrement.

2. Quelques mesures ont été effectuées avec des ondes de $\lambda = 3$ cm sur des plaques homothétiques des précédentes. On a trouvé évidemment, des

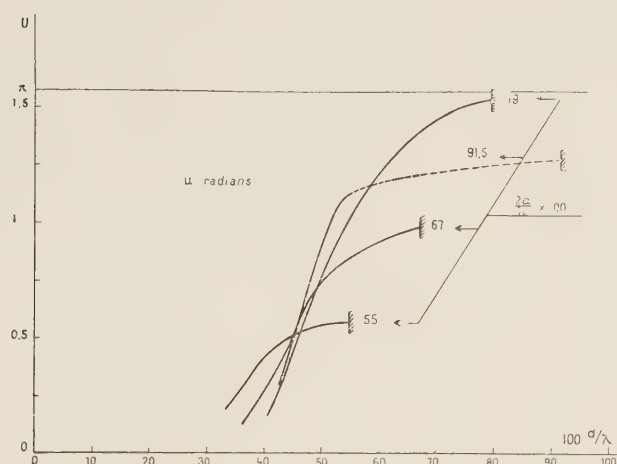


Fig. 11.

résultats identiques, à cela près qu'aux fréquences plus élevées, la résistivité non nulle du métal commence à se faire sentir.

Résultats des mesures du coefficient de transmission d'une plaque.

Les courbes de la figure 11 représentent les résultats des mesures effectuées. Nous portons en ordonnée, la valeur de $|u|$ et en abscisse, la valeur de $\frac{d}{\lambda} = \xi$; les différentes courbes obtenues sont fonction de l'écartement $2a$ des centres des ouvertures. Soit $\zeta = \frac{2a}{\lambda}$. (fig. 12).

On aurait pu penser calculer un coefficient de transmission τ à partir de notion d'optique géométrique $\tau = \sqrt{\frac{\Sigma}{S + \Sigma}}$. Nous appellerons coefficient de transmission relatif T' le rapport du coefficient de transmission $T = \sin |u|$ au coefficient τ .

Dans le cas posé d'ouvertures circulaires disposées suivant un quadrillage

$$T' = \frac{2a}{d} \sqrt{\frac{4}{\pi}} \sin |u|,$$

T' est donné en fonction de $\xi = \frac{d}{\lambda}$ par la figure 13 (2).

ANALOGIE POUR UNE OUVERTURE AU PHÉNOMÈNE DE LA COUPURE POUR UN GUIDE D'ONDE. — L'examen de ces courbes nous amène à des conclusions très intéressantes. Si ξ est voisin de 0,43, T' est sensiblement le même quel que soit l'écartement des ouvertures. Si $\xi < 0,43$, les écrans sont *beaucoup moins transparents* aux ondes qu'une analogie optique nous l'aurait fait supposer. De plus, pour une même valeur de ξ , T' diminue si ζ augmente.

Si $\xi > 0,43$, inversement, on trouve des écrans *plus perméables* que l'analogie optique ne le ferait

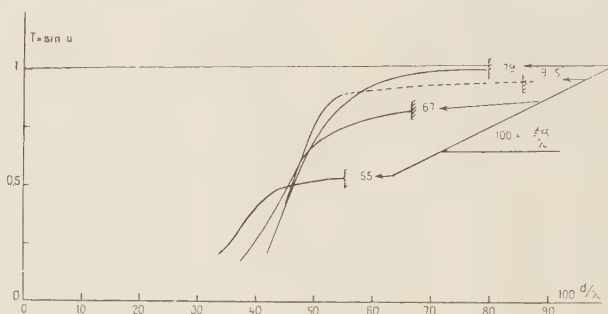


Fig. 12.

supposer et pour une même valeur de ξ , T' augmente si α augmente.

On peut remarquer également que pour $\xi < 0,43$, la « surface d'antenne » d'une ouverture est plus petite que sa surface géométrique, et inversement plus grande pour $\xi > 0,43$.

Le comportement de l'écran change donc radicalement suivant que ξ est inférieur ou supérieur à la valeur 0,43 et cela à peu près indépendamment de l'écartement des ouvertures. Il est intéressant physiquement de rapprocher ce phénomène de celui de la *coupure dans un guide d'onde*. Au-dessous d'une certaine valeur du diamètre, le problème de l'ouverture peut se traiter en « statique ». Le champ électrique est presque en quadrature avec le champ magnétique, le coefficient de transmission est très inférieur, à celui qu'on calculerait en faisant une analogie

(2) Les coefficients de transmission représentent des rapports de champs; pour avoir des rapports en puissance, il faudrait élever au carré ces derniers.

optique. De même, dans un guide au-dessous du diamètre de coupure, les champs électriques et magnétiques sont en quadrature, la transmission est nulle (pour un guide indéfini). Nous observons les phénomènes inverses au-dessus du diamètre considéré. Remarquons, de plus, que pour un guide d'onde circulaire, la fréquence de coupure est obtenue pour $\frac{d}{\lambda} = 0,58$, donc supérieure à la valeur 0,43 considérée plus haut pour l'écran.

cable que si $a < \frac{\lambda}{2}$, comme nous le verrons. Néanmoins, nous pouvons étendre au cas de l'ouverture unique, la notion de « pseudo coupure ». En admettant l'indépendance du phénomène par rapport à l'écartement des centres. Si $\xi < 0,43$, on peut traiter le problème de l'ouverture grâce à la méthode statique de Bethe qui permet une bonne représentation du phénomène. Si $\xi > 0,43$, le phénomène change d'aspect, on peut adopter l'approximation que nous

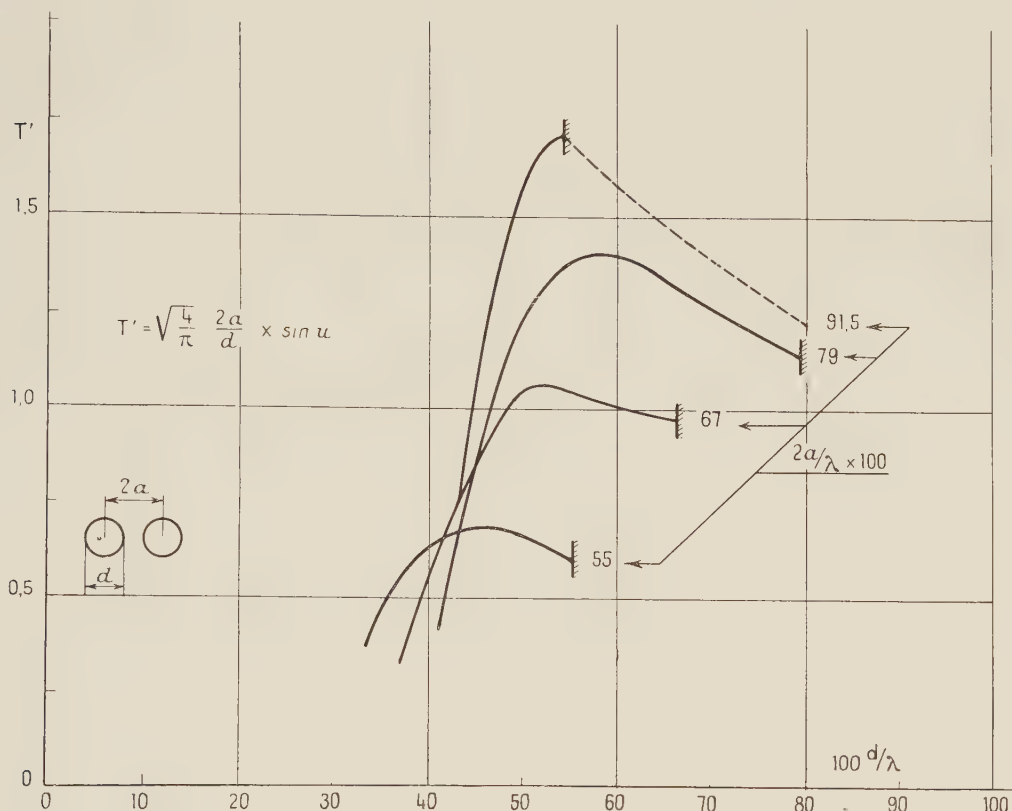


Fig. 13.

Nous sommes maintenant en mesure de préciser dans quelles limites sont valables les approximations faites précédemment pour le calcul du rayonnement d'une ouverture circulaire. En effet, si les ouvertures s'éloignent les unes des autres, le problème précédent se ramène à celui d'une ouverture unique. On obtient en particulier le coefficient de transmission relatif d'une ouverture unique en fonction de $\frac{d}{\lambda}$, en faisant tendre ξ vers l'infini dans l'expression $\frac{T'}{\xi}$.

La méthode de mesure qui nous a permis d'obtenir T' pour une plaque percée de trous n'est appli-

avons proposée précédemment. Les résultats expérimentaux ne permettent pas ainsi de conclure de manière certaine sur la validité de l'approximation précédente, mais, ils ne l'infirmen pas; par exemple, on constate lorsque a croît, le déplacement vers les ξ positifs du maximum d'une courbe T' . Mais, il n'est pas possible d'en conclure que la limite pour a infini est $\xi = 0,76$ (résultat de Levine et Schwinger).

L'existence d'une longueur d'onde de « pseudo coupure », au-dessous de laquelle une ouverture peut se traiter statiquement peut évidemment s'étendre au cas d'une ouverture de forme quelconque. On peut même proposer comme règle approchée que cette

longueur d'onde soit voisine de la longueur d'onde de coupure du guide correspondant ayant le contour de l'ouverture pour section droite. Les conclusions précédentes relatives aux écrans peuvent s'étendre au cas d'ouvertures quelconques régulièrement disposées.

Remarque. — Il est intéressant de comparer la diffraction de l'embouchure d'un guide avec la diffraction d'une ouverture lorsqu'on se rapproche de la longueur d'onde de coupure. Soit un guide d'onde cylindrique de diamètre 56 mm, débouchant au centre d'un écran de $1\text{ m} \times 1\text{ m}$. L'ouverture de ce guide rayonne une onde sphérique dans l'espace libre. Si nous faisons varier la longueur d'onde de l'onde émise par la source de 6,8 à 9,3 cm par exemple, le guide sera parcouru par l'onde H_{01} ,

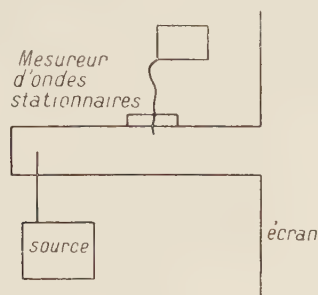


Fig. 14.

fondamentale du guide cylindrique. Le passage de cette onde H_{01} à l'onde sphérique s'accompagne d'une réflexion; toute l'énergie incidente n'est pas rayonnée dans l'espace libre. Comme il ne se propage qu'un seul mode dans le guide circulaire, il nous est facile de mesurer la portion d'énergie réfléchie, en faisant la mesure classique des ondes stationnaires. On disposera donc entre l'excitation du guide et l'embouchure un mesureur d'onde stationnaire d'après la figure 14. Le taux d'onde stationnaire est lié au coefficient de réflexion par la relation

$$r_1 = \frac{1 - |r|}{1 + |r|},$$

d'autre part, de la relation de conservation de l'énergie

$$|t|^2 = 1 - |r|^2,$$

on déduit

$$|t| = \frac{2\sqrt{r_1}}{1 + r_1}.$$

La figure 15 représente η et $|t|$ en fonction de d/λ . On remarque que $|t|$ décroît si d/λ décroît. Nous retrouvons dans ce problème mixte, qui tient à la fois du

guide et de l'ouverture dans une plaque, un phénomène analogue à celui signalé précédemment pour l'ouverture dans un écran. C'est au voisinage

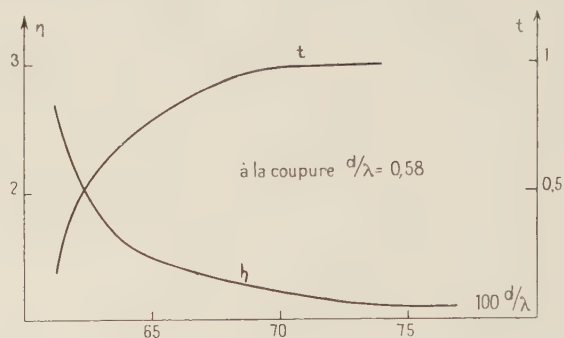


Fig. 15.

de la longueur de coupure du guide que diminue de façon appréciable le coefficient de transmission de l'ouverture. Revenons maintenant au problème précédent.

CAS OU $a \geq \frac{\lambda}{2}$. — Lorsque a s'approche de $\frac{\lambda}{2}$ (ξ voisin de 0,9), on constate que les espacements des maxima de transmission ne sont plus régulièrement espacés dans le cas des plus grands diamètres d'ouvertures. Ce cas s'étend aux ouvertures de diamètre quelconque si $a \geq \frac{\lambda}{2}$.

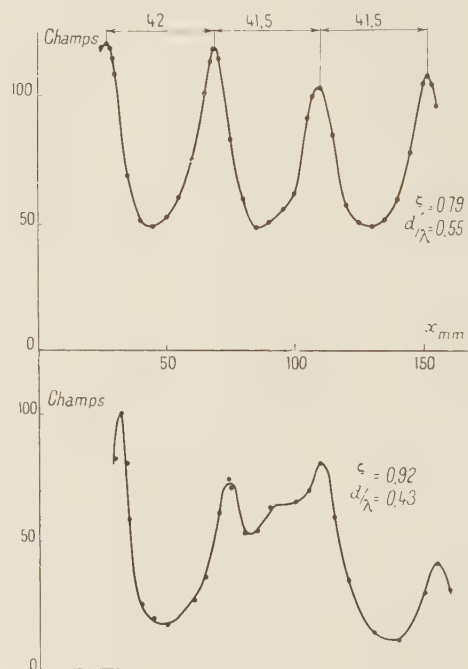


Fig. 16.

Ceci correspond dans l'analogie développée plus haut à l'apparition de nouveaux modes dans le guide d'onde fictif. Les modes $\mathcal{H}_{10}$ et $\mathcal{E}_{01}$ ne sont

plus évanescents, ils se propagent en se superposant au mode principal (l'onde plane ordinaire). On ne retrouve plus de maxima régulièrement espacés. L'apparition d'irrégularités pour $0,9 < \alpha < 1$ s'explique par l'existence de modes $\mathcal{H}_{10}$ et $\mathcal{E}_{01}$ évanescents. Ils entrent alors en ligne de compte, car leur atténuation tend vers zéro si α tend vers 1. Sur la figure 16 nous avons représenté des courbes de variation du champ transmis en fonction de l'écartement x pour $\alpha = 0,92$ et $\alpha = 0,79$.

Lorsque l'intérêt s'est porté vers 1936 sur la propagation des ondes électromagnétiques dans les guides, L. Brillouin [25] avait trouvé une explication physique intuitive des différents modes de propagation du guide rectangulaire en considérant les réflexions successives d'une onde plane entre deux plans conducteurs. Nous pouvons utiliser ici une méthode inverse qui, à partir du guide fictif considéré et des modes $\mathcal{H}_{10}$ par exemple, nous permet de retrouver dans les diagrammes de rayonnement d'une plaque, les franges d'interférences que l'on obtient par un raisonnement direct.

Soient deux ondes planes se propageant dans les

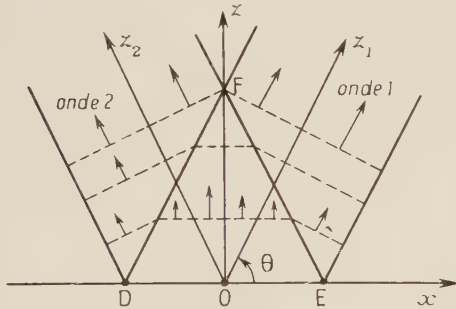


Fig. 17.

directions Oz_1 et Oz_2 (fig. 17) également inclinées d'un angle θ sur l'écran et dont la polarisation est perpendiculaire au plan xOz .

Limitons la portion de l'écran intéressé au segment DE . Ces deux ondes interfèrent dans le triangle DEF . Leurs composantes sont suivant $Oxyz$, A étant une constante.

Onde 1 :

$$\begin{aligned} H_x &= A e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)} (-\sin \theta), \\ H_z &= A e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)} (\cos \theta), \\ E_y &= A e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \end{aligned}$$

Onde 2 :

$$\begin{aligned} H_x &= A e^{ik(-x \sin \theta + z \cos \theta)} (-\sin \theta), \\ H_z &= A e^{ik(-x \sin \theta + z \cos \theta)} (\cos \theta), \\ E_y &= A e^{ik(-x \sin \theta + z \cos \theta)} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \end{aligned}$$

En additionnant on obtient les composantes de l'onde d'interférence

$$\begin{aligned} H_x &= -4A \cos(kx \sin \theta) e^{ikz \cos \theta} \sin \theta, \\ H_z &= 4A i \sin(kx \sin \theta) e^{ikz \cos \theta} \cos \theta, \\ E_y &= 4A \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cos(kx \sin \theta) e^{ikz \cos \theta} \end{aligned}$$

en prenant $\sin \theta = \frac{\lambda}{2a}$ on voit que les formules précédentes ne sont autres que les formules II des modes magnétiques au cas $n_1 = 1$, $n_2 = 0$.

En effet

$$\begin{aligned} k \sin \theta &= \frac{\pi}{a}, \\ k \cos \theta &= k_z, \quad \text{avec} \quad k_z^2 = k^2 \left[1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

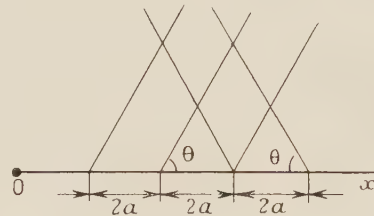


Fig. 18.

Les ondes 1 et 2 ont une réalité physique. En effet, considérons des sources isolées espacées régulièrement d'une longueur a suivant Ox (fig. 18). Un raisonnement classique dans la théorie des interférences montre qu'il existe une frange à l'infini si $\lambda < 2a < 2\lambda$ dans les directions θ et $\pi - \theta$ avec

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2a}.$$

Cette relation n'est autre que la relation de Bragg classique en cristallographie pour la diffraction des rayons X.

En résumé, si a croît, il naît dans le guide fictif des modes d'ordre supérieur. Chacun d'eux correspond à deux directions de propagation privilégiées. On retrouve les figures de diffraction classiques avec des franges à l'infini correspondant au rayonnement de sources isolées dont les distances moyennes sont supérieures à λ .

Équivalence d'une plaque percée d'ouvertures et d'une lame de diélectrique.

Considérons une plaque métallique p percée comme précédemment d'ouvertures circulaires de diamètre d dont les centres forment un quadrillage de côté $2a$. Nous avons vu qu'une telle plaque est équivalente à une impédance; en particulier, l'onde

transmise possède une phase différente de l'onde incidente. Plus exactement, son avance de phase donnée par $\frac{\pi}{2} - \alpha$ peut varier entre zéro et $\frac{\pi}{2}$. Si nous envisageons un assemblage de plaques p parallèles à des distances égales, nous voyons que nous augmentons la phase de l'onde transmise. Si nous rapportons le déphasage à la dimension longitudinale, nous pouvons parler de *vitesse de phase différente de celle du vide*, donc d'indice différent de l'unité.

Le rapprochement entre les effets observés sur les ondes hertziennes par des structures en réseau et les effets optiques des verres a été fait en particulier par W. E. Kock [26]. En effet, à l'échelle de l'atome, on estime que le retard de phase des ondes lumineuses traversant des substances transparentes d'indice supérieur à l'unité est amené par la diffraction des électrons liés aux molécules. Considérant un réseau d'éléments métalliques dont les mailles sont inférieures à λ , Kock a comparé leur action sur des ondes hertziennes à celle des électrons liés sur des ondes lumineuses. L'indice absolu n d'un tel milieu est défini par la formule $v = \frac{c}{n}$; v , vitesse de phase de l'onde qui s'y propage; c , vitesse de phase de l'onde dans le vide. On peut donc, si l'on connaît la vitesse de phase, définir l'indice d'un milieu pour poursuivre l'analogie, en remarquant toutefois que la définition de l'indice n'amène aucune notion nouvelle.

Revenons à l'empilement (A) de plaques p précédemment considéré. Considérons la structure (B) formée de l'empilement d'écrans complémentaires de p , c'est-à-dire, des plans chargés de disques circulaires. (B) va former un milieu comme ceux décrits par Kock, qui diminue la vitesse de phase d'une onde incidente; son indice équivalent est supérieur à l'unité. Au contraire, la structure (A) augmente la vitesse de phase, son indice équivalent est inférieur à l'unité. Une telle structure complémentaire du milieu d'indice supérieur à l'unité n'existe pas à l'échelle des ondes optiques.

Ces analogies, bien qu'intéressantes physiquement, ne correspondent pas exactement à la réalité [27]. Les coefficients de réflexion et de transmission d'une lame diélectrique d'épaisseur l , d'indice n , rapportés au plan médian peuvent s'écrire R et T , tels que

$$(III.5) \quad T = \left[\cos \frac{2\pi n l}{\lambda} + i \frac{1+n^2}{2n} \sin \frac{2\pi n l}{\lambda} \right] e^{-i \frac{2\pi l}{\lambda}},$$

$$(III.6) \quad R = \left[\frac{1-n^2}{1+n^2} + i \frac{2n}{1+n^2} \cotg \frac{2\pi n l}{\lambda} \right] e^{-i \frac{2\pi l}{\lambda}}.$$

On voit que les formules (III.5) et (III.6) ne peuvent être rendues équivalentes aux formules

$$(III.3) \quad t = -i \sin u e^{iu},$$

$$(III.4) \quad r = -\cos u e^{iu}$$

qui nous ont servi à représenter les propriétés d'une plaque percée d'ouvertures. Par contre, les formules (III.3) et (III.4) ont été utilisées par Ch. Mauguin [28] lors de son calcul des coefficients de transmission et de réflexion d'un plan chargé d'électron, destiné à l'étude des cristaux. C'est vers l'optique cristalline que nous devons nous tourner pour trouver une analogie exacte. On pouvait le prévoir, des structures telles que (A) et (B) étant anisotropes suivant qu'on les considère normalement ou parallèlement aux plans des écrans.

Analogie avec une lame cristalline.

Dans les écrans précédemment étudiés, l'onde polarisée incidente conservait sa polarisation. Il

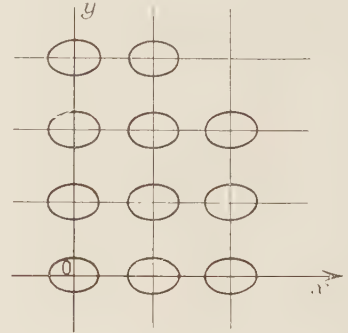


Fig. 19.

peut ne plus en être de même dans un écran quelconque.

Soit, par exemple, un écran percé d'ouvertures possédant des axes de symétrie rectangulaire parallèles aux directions Ox et Oy (fig. 19). Nous avons vu que, si les distances de ces centres sont inférieures à λ , une onde incidente plane polarisée suivant Ox ou Oy donne en tombant sur un tel écran une onde plane transmise et une onde plane réfléchie polarisée comme l'onde incidente. Les coefficients de transmission ne sont pas les mêmes en amplitude et en phase suivant que la polarisation est parallèle à Ox ou Oy . En reprenant le raisonnement déjà effectué pour l'ouverture unique possédant deux axes de symétrie rectangulaire, c'est-à-dire en décomposant suivant Ox et Oy une onde incidente, de polarisation quelconque, on voit que cette dernière donne des ondes planes transmises

et réfléchies *polarisées elliptiquement*. La condition suffisante pour qu'un tel écran donne cet effet est qu'on ait des coefficients de transmission différents pour des ondes de polarisation parallèle à Ox ou à Oy .

Exemple. — Soit un écran e de 65×65 cm, constitué de bandes métalliques planes parallèles de 2 mm d'épaisseur, de 4 cm de largeur et espacées de 4 cm. En A nous plaçons un émetteur d'onde de longueur d'onde 8,20 cm terminé par un cornet, en B un récepteur constitué par un cornet pouvant tourner autour de l'axe AB et pouvant nous permettre d'apprécier la polarisation de l'onde transmise. Nous disposons deux écrans e parallèles distants de 54 mm à mi-distance entre A et B et normalement à AB . Si l'angle que font les lamelles des deux écrans (parallèles entre elles) avec la polarisation de l'onde incidente est de 45° , l'onde transmise est polarisée circulairement. En effet, au cours de la rotation du cornet en B l'indication du champ reçu varie peu (facteur 1,4 en champ). La faible variation peut être due à l'effet de bord des plaques.

ANALOGIE AVEC L'OPTIQUE CRISTALLINE. — On sait qu'en Optique cristalline, on distingue trois catégories de cristaux :

- a. Les cristaux possédant plus de deux axes de symétrie d'ordre supérieur à deux;
- b. Les cristaux possédant un axe de symétrie d'ordre supérieur à deux ou cristaux uniaxes;
- c. Les cristaux ne possédant pas d'axe de symétrie d'ordre supérieur à deux ou cristaux biaxes.

Soit une lame à faces parallèles dont les faces sont normales à Oz , constituée par un cristal de la classe c dont l'axe est parallèle à Oz . Si nous faisons tomber sur cette lame un onde lumineuse polarisée dont la direction de propagation est Oz , nous observons que l'onde transmise conserve sa polarisation si l'onde incidente est polarisée suivant l'une des deux directions rectangulaires Ox , Oy . Dans le cas contraire, l'onde transmise a une polarisation elliptique. C'est ce que nous retrouvons avec les écrans précédemment envisagés. L'axe Oz est pour ces derniers un axe de symétrie d'ordre deux. Consi-

dérons maintenant l'écran sur lequel nous avons fait les mesures du coefficient de transmission, c'est-à-dire l'écran métallique percé d'ouvertures circulaires égales dont les centres sont disposés suivant les sommets d'un quadrillage de côtés égaux. L'axe Oz est un axe de symétrie d'ordre quatre pour cet écran. Il doit donc présenter des analogies avec les cristaux de la classe b . Effectivement, comme ces derniers, il conserve la polarisation d'une onde incidente plane dont la direction de propagation est parallèle à Oz . On peut imaginer d'autres écrans possédant des propriétés analogues. Par exemple, l'écran constitué par des ouvertures circulaires égales dont les centres sont les sommets de triangles équilatéraux accolés (*fig. 20*). Pour un

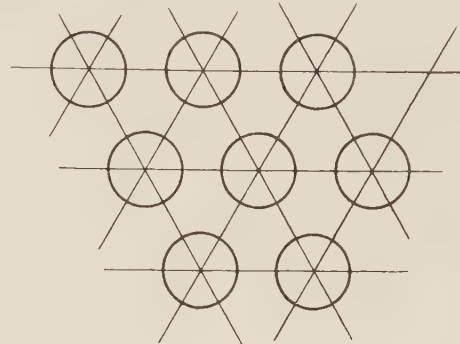


Fig. 20.

tel écran, l'axe Oz est un axe de symétrie d'ordre trois. On vérifie par l'expérience qu'un tel écran ne modifie pas la polarisation d'une onde plane en incidence normale.

On peut répéter ce qui vient d'être dit pour un écran au sujet de systèmes formés d'écrans identiques normaux à l'axe Oz et régulièrement espacés, ou pour un système analogue formé d'écrans complémentaires.

Remarquons que le milieu décrit par Kock formé de petites sphères métalliques disposées suivant les sommets d'un réseau cubique peut être rapproché d'un cristal de la classe a .

Nous allons voir comment cette analogie avec les cristaux se prolonge et se complète dans le cas où la direction de propagation de l'onde incidente n'est plus normale à l'écran.

CHAPITRE IV.

Diffraction par un écran plan métallique d'une onde plane sous une incidence quelconque.

Jusqu'à maintenant nous avons étudié la diffraction d'une onde plane par un écran métallique plan, percé d'une ou plusieurs ouvertures, lorsque la

direction de propagation de cette onde plane est normale à l'écran. Proposons-nous d'étudier maintenant le cas d'une incidence oblique. Nous nous

limiterons aux cas où le vecteur électrique de l'onde incidente est normal ou bien parallèle au plan d'incidence. Nous désignerons ces ondes incidentes par les notations respectives $E_{\perp}$, $E_{\parallel}$.

Cas de l'ouverture unique.

Nous avons examiné au chapitre II le problème de l'ouverture unique dans un écran métallique indéfini lorsque la direction de propagation de l'onde incidente est normale au plan de l'écran. Nous avons vu qu'il nous fallait trouver, dans l'espace $z > 0$, une onde $E_2 H_2$ telle que $E_{2T} = 0$ sur S et $H_{2T} = H_0 = \text{const.}$ sur Σ , S étant la surface de l'écran, Σ celle de l'ouverture. La condition $H_{2T} = \text{const.}$ sur Σ entraîne, comme on le voit à l'aide des équations de Maxwell,

$$E_{2n} = 0 \quad \text{sur } \Sigma.$$

Au contraire, si l'onde est inclinée nous devons écrire

$$(IV.1) \quad H_{2T} = H_0 T,$$

qui entraîne

$$(IV.2) \quad E_{2n} = E_{0n} \neq 0$$

Pour une onde $E_{\perp}$ ou une onde $E_{\parallel}$ peu inclinée sur Oz , l'égalité (IV.1) est peu différente du cas de l'onde incidente normale. La constante du second membre de l'égalité est remplacée par $e^{ikx \cos \theta}$. Si $x \cos \theta$ reste petit devant λ dans l'ouverture, ce terme est petit.

Au contraire, l'égalité (IV.2) est très différente suivant que nous avons affaire à une onde $E_{\perp}$ ou à une onde $E_{\parallel}$. Pour une onde $E_{\perp}$, nous avons la même condition que dans le cas d'une incidence normale. Pour une onde $E_{\parallel}$, nous trouvons

$$(IV.3) \quad E_{2n} = E_0 \sin \theta e^{ikx \cos \theta}.$$

Cas de l'ouverture circulaire petite devant la longueur d'onde.

Dans le cas de l'ouverture circulaire petite devant la longueur d'onde, Bethe a cherché à obtenir le champ rayonné par l'ouverture attaquée par une onde $E_{\parallel}$ en superposant au champ satisfaisant aux conditions de l'onde en incidence normale, c'est-à-dire

$$\left. \begin{array}{l} H_{2T} = \text{const.}, \\ E_{2n} = 0 \end{array} \right\} \text{ dans } \Sigma$$

un champ satisfaisant à

$$\left. \begin{array}{l} H_{2T} = 0, \\ E_{2n} = E_{0n} \end{array} \right\} \text{ dans } \Sigma,$$

les conditions aux limites du conducteur métallique sur l'écran étant remplies. Pour cela, il répartit sur Σ des courants magnétiques $\mathbf{j}$, de divergence nulle de façon à ne pas modifier les charges magnétiques ou, si l'on préfère, le champ magnétique tangentiel. En écrivant que ces courants magnétiques donnent naissance à un champ électrique normal, il trouve pour $\mathbf{j}$

$$\mathbf{j} = \frac{\gamma}{\sqrt{1 - \gamma^2}} \mathbf{r} \times \mathbf{E}_0 \quad (\gamma \text{ coefficient constant}).$$

Bien que cette solution ne soit évidemment pas la seule de l'équation aux dérivées partielles qui permet de déterminer cette solution, elle est plus satisfaisante que la solution donnée dans le cas de l'onde incidente normale. En effet, le champ électrique tangentiel dans l'ouverture provenant des courants magnétiques précédents, devient infini comme l'inverse de la racine carrée de la distance du contour. Bethe a montré que le rayonnement au loin de ces courants magnétiques est équivalent au rayonnement d'un doublet électrique d'axe Oz . Il est maximum pour une direction du plan xOy , nul pour la direction Oz . Ce doublet électrique ne prend naissance que lors d'une excitation par une onde $E_{\parallel}$, dans ce cas nous superposons au champ de l'incidence normale dont les conditions aux limites sont dans l'ouverture

$$\begin{array}{l} H_{2T} = H_0, \\ E_{2n} = 0. \end{array}$$

Le champ $E_2 H_2$ considéré précédemment dont les conditions aux limites sont

$$\begin{array}{l} H_T = 0, \\ E_{2n} = E_0 \sin \theta. \end{array}$$

La superposition de ces deux champs amène à donner pour une onde $E_{\parallel}$ incidente, un *coefficient de transmission de l'ouverture supérieur à celui de l'incidence normale*, en fait le facteur dont Bethe multiplie ce dernier est $\frac{1}{4} + 1 \sin^2 \theta$.

Au contraire, dans le cas d'une onde incidente $E_{\perp}$, le doublet électrique le long de l'axe n'est pas excité, le champ électrique de l'onde incidente n'ayant pas de composante le long de Oz . Le champ diffracté a pour conditions aux limites sur Σ

$$\begin{array}{l} H_{2T} = H_0 \cos \theta, \\ E_{2n} = 0. \end{array}$$

Ces conditions sont analogues à celles qui correspondent à une onde en incidence normale. Nous n'avons fait que multiplier l'onde incidente par $\cos \theta$.

C'est pourquoi Bethe a déduit du coefficient de transmission en puissance pour une incidence, celui d'une onde $E_{\perp}$ en multipliant par le facteur $\cos^2 \theta$.

En résumé, Bethe a trouvé que pour une onde $E_{\parallel}$, la transmission augmente, tandis que pour une onde $E_{\perp}$ elle diminue par rapport à la transmission en incidence normale.

Étude de la transmission d'un écran pour une incidence oblique.

Considérons l'écran que nous avons déjà étudié en incidence normale au chapitre III, c'est-à-dire l'écran percé d'ouvertures circulaires égales dont les centres sont disposés suivant les sommets d'un quadrillage régulier. Proposons-nous d'étudier sa transmission pour une onde incidente oblique.

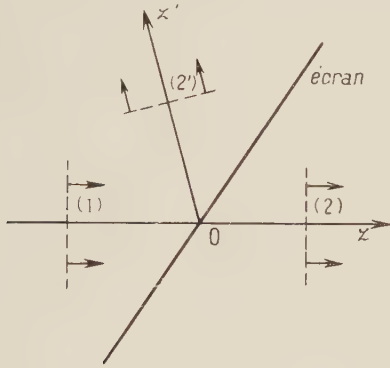


Fig. 21.

L'onde transmise par une plaque unique se propage au loin dans la même direction que l'onde incidente 1. Par contre, l'onde réfléchie 2' se propage suivant la direction Oz qui fait avec la plaque le même angle que la direction Oz (fig. 21). La vérification expérimentale s'effectue en mesurant le champ rayonné par une plaque de dimension finie, sur laquelle on fait tomber l'onde d'un cornet émetteur. On constate que le diagramme du champ transmis présente toujours un maximum dans l'axe du rayonnement incident. La vérification peut s'effectuer de même pour l'onde réfléchie à partir d'un angle d'inclinaison assez grand. En effectuant ces expériences il faut prendre garde aux effets de diffraction des bords des plaques qui peuvent devenir très importants. On a utilisé une plaque de 130×65 cm un cornet émetteur de 25×25 cm et 35 cm de profondeur, à une distance de 3 m de la plaque. Le diagramme a été relevé à 3 m avec un cornet analogue au précédent. La longueur d'onde était 8,20 cm.

L'onde réfléchie et l'onde transmise vérifient

bien les relations de symétrie mises en évidence au chapitre I. Nous pouvons donc nous borner à étudier l'onde transmise.

Il est possible de conserver pour des incidences faibles inférieures à 20°, la théorie des ondes guidées que nous avons admise pour l'incidence normale. Les parois du guide sont alors parallèles à la direction Oz de l'onde incidente pour l'onde transmise et Oz' pour l'onde réfléchie. L'obstacle constitué par l'élément de plaque n'est plus normal aux parois du guide fictif. Dans le cas où seule l'onde plane se propage dans ce guide fictif ($a < \frac{\lambda}{2}$), il n'est donc plus possible de représenter l'obstacle par la formule

$$t = -i \sin u e^{i\varphi},$$

Il faut reprendre la formule plus générale de l'obstacle mince

$$t = -i \sin u e^{i\varphi}.$$

Un tel obstacle est donc caractérisé par deux paramètres φ et u ; si l'angle d'incidence β tend vers zéro, φ tend vers u ; en général φ est supérieur à u .

Pour des angles β petits on peut penser à utiliser des développements limités pour φ et u , le premier terme serait évidemment un terme en β^2 .

Nous verrons dans quelle mesure l'expérience justifie ce point de vue en étudiant la transmission de deux plaques parallèles en incidence oblique.

Cas d'une onde incidente $E_{\parallel}$.

Dans le cas d'une onde $E_{\perp}$, nous avons vu que le champ dans l'ouverture était peu modifié, on peut adapter directement la théorie du guide fictif développée en incidence normale.

Il n'en n'est plus de même dans le cas d'une onde incidente $E_{\parallel}$. Il naît un nouveau « mode ». Le champ excité par l'onde incidente normale possède un champ magnétique parallèle à l'axe, on peut le rapprocher d'un *mode magnétique* d'un guide d'onde. Nous avons vu, dans le cas de l'ouverture circulaire de faibles dimensions devant la longueur d'onde, qu'il fallait ajouter pour une onde incidente $E_{\parallel}$, un champ possédant un vecteur électrique normal à l'ouverture, donc à rapprocher d'un *mode électrique*.

Des courants magnétiques dans l'ouverture, dans le cas de l'ouverture unique et petite dans l'écran métallique indéfini, permettent de représenter le champ diffracté. Ces courants n'obéissent pas aux mêmes relations de symétrie que ceux qui nous permettent de représenter l'onde diffractée en incidence normale. En effet, prenons des axes rectangulaires passant par le centre de l'ouverture; si x se

change en $-x$, j_x ne change pas de signe et j_y se change en $-j_y$. Si y se change en $-y$, j_y ne change pas de signe et j_x se change en $-j_x$. Il n'est donc plus possible de découper le rayonnement de plusieurs

guide ne possède pas d'onde principale. Si $a < \frac{\lambda}{2}$, tous ses modes sont évanescents. Cette représentation de l'onde transmise à l'aide de ce guide fictif a surtout

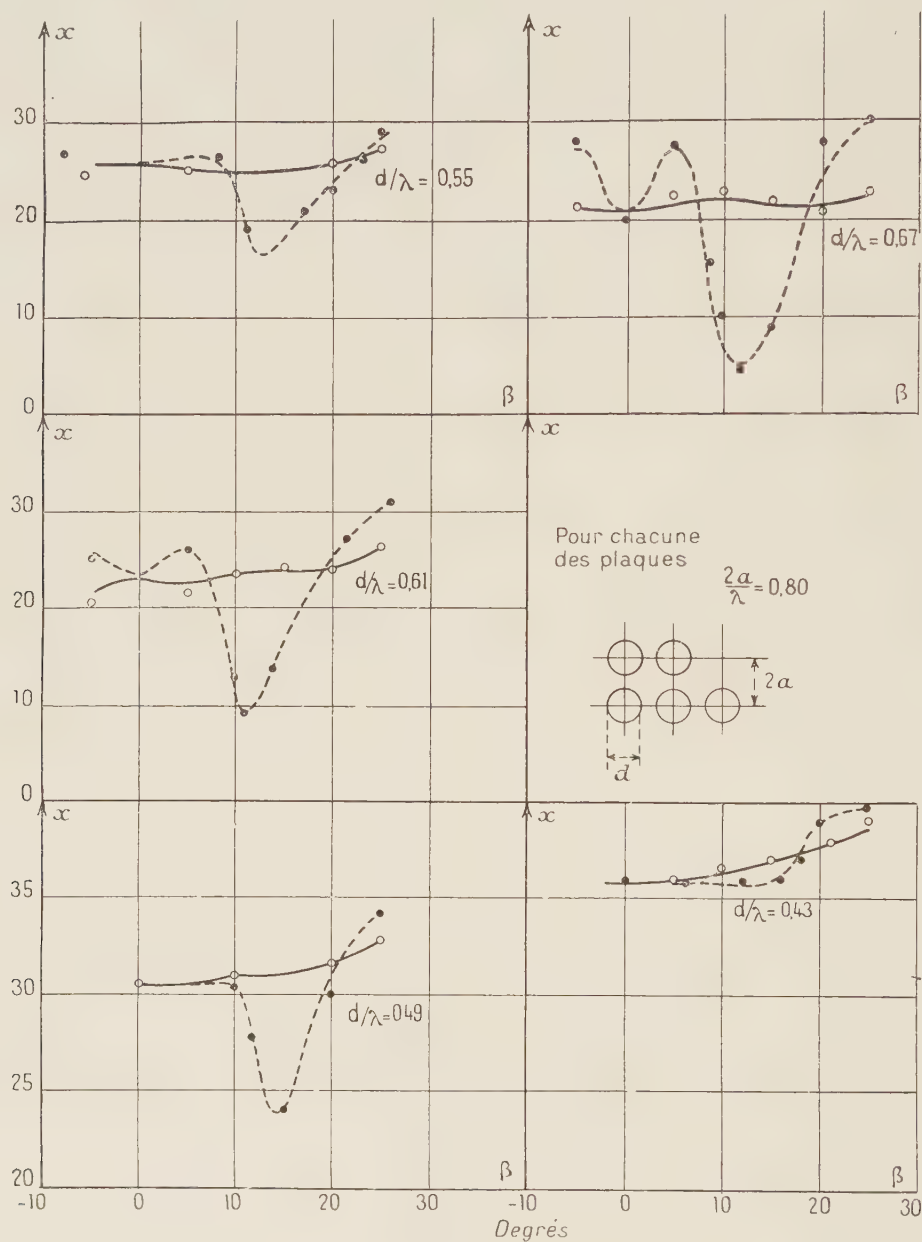


Fig. 22.

ouvertures régulièrement disposées à l'aide du guide fictif qui nous avait servi pour une onde incidente normale dont deux parois sont d'impédance nulle et deux d'impédance infinie. Un raisonnement analogue à celui du chapitre III nous amène à adopter un guide fictif de contour $AB, A'B'$ et dont toutes les parois sont d'impédance infinie. Un tel

une valeur qualitative, elle nous permet d'interpréter un résultat trouvé en étudiant la transmission de deux plaques parallèles en incidence oblique.

Étude expérimentale.

Cherchons à utiliser la méthode expérimentale du chapitre III. Nous disposons deux cornets émet-

teur et récepteur en A et B , et à égale distance entre ces deux cornets deux plaques égales dont nous pouvons faire varier la distance x . En écartant les plaques à partir de $x = 0$ on passe par plusieurs valeurs de x pour lesquelles on a un maximum de transmission. La première valeur de x nous a permis de calculer le coefficient de transmission d'une plaque en incidence normale. De plus, nous avons remarqué que les différentes valeurs de x étaient espacées de $\frac{\lambda}{2}$; cet espacement régulier justifie l'hypothèse de l'onde unique se propageant dans un guide.

On doit s'attendre à ce qu'il n'en soit plus de même en incidence oblique, où la théorie de l'onde guidée ne s'applique plus exactement.

En effet, en incidence oblique, l'expérience montre que la courbe du champ transmis par deux plaques parallèles en fonction de leur écartement x , possède des maxima irrégulièrement disposés. Cette irrégularité, qui s'observe dès une inclinaison de 7 à 8° est surtout importante pour des ouvertures qui ne sont pas petites devant la longueur d'onde. Elle s'obtient même pour des écartements importants (par exemple x voisin de 5λ). Néanmoins, il semble qu'on puisse affirmer que la distance moyenne de deux maxima consécutifs augmente légèrement si l'inclinaison croît.

En résumé, l'expérience montre que nous ne pouvons plus représenter exactement l'onde transmise par une portion d'onde plane indéfinie. Toutefois, on peut encore conserver la théorie précédente pour de faibles inclinaisons, c'est-à-dire admettre qu'une plaque inclinée est l'analogue d'un obstacle sur une ligne de transmission représenté par deux paramètres u et φ . La valeur de φ nous donne la phase de l'onde transmise par rapport à l'onde incidente, celle de u la valeur absolue du coefficient de transmission. Dans ces conditions, la position des maxima de transmission de deux plaques parallèles nous donne la valeur de φ . Il suffit de remplacer u par φ dans la formule $\theta = u + k\pi$ du chapitre III.

Sur la figure 22 nous avons représenté les variations de la position du premier maximum en fonction de l'angle β d'incidence. En abscisse, les angles sont portés en degrés, en ordonnée x en millimètres. Les courbes en traits pleins sont relatifs aux ondes incidentes $E_\perp$, les courbes en tirets aux ondes $E_\parallel$.

On remarque immédiatement une forte différence entre ces deux familles de courbes. Pour une onde $E_\perp$, x augmente assez régulièrement avec β , indiquant une *augmentation du déphasage* φ . On comprend que corrélativement la *transmission diminue*. L'expérience directe de transmission avec

une seule plaque, mis à part d'importants effets de diffraction de bord, le montre également. Au contraire, pour une onde $E_\parallel$, x , après une légère augmentation, décroît brutalement pour β aux environs de 10° , et cela d'autant plus que le diamètre de l'ouverture est grand, puis il augmente et dépasse rapidement la valeur correspondante pour une onde $E_\perp$. Nous pouvons donc en déduire *des variations analogues pour φ et inverses pour la transmission*. D'ailleurs, l'expérience directe avec une seule plaque montre que *la transmission augmente jusqu'à un maximum pour β voisin de 10° et décroît brutalement*.

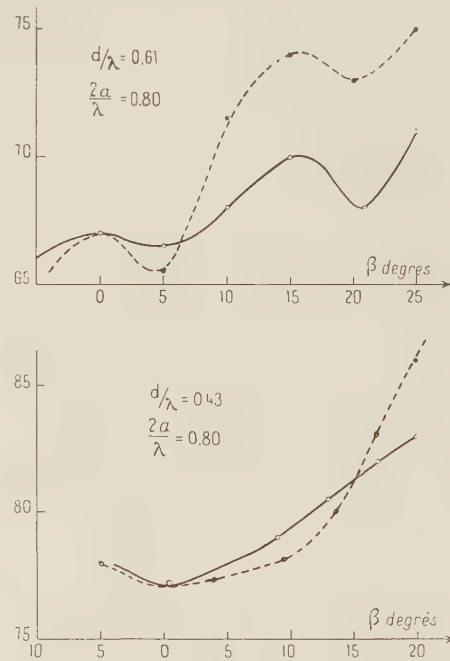


Fig. 25.

Vers 20° , 25° , le coefficient de transmission d'une onde $E_\parallel$ devient rapidement inférieur à celui d'une onde $E_\perp$.

L'augmentation de la transmission et la diminution du déphasage s'expliquent bien par la naissance de ce que nous avons appelé le mode électrique de l'ouverture. Nous avons vu que ce dernier était excité seulement par une onde $E_\parallel$ et qu'alors on pouvait le superposer au *mode magnétique* de l'ouverture en incidence normale. Nous avons vu enfin que ce mode ne pouvait se propager. L'expérience le confirme. En effet, cherchons les variations de x correspondant au second maximum de transmission. Pour une onde $E_\perp$ nous trouvons une courbe analogue à celle trouvée pour la position du premier maximum. Pour une onde $E_\parallel$, elle diffère beaucoup, surtout pour les plus grands

diamètres d'ouverture. Elle ne présente plus de variations importantes vers 10° (fig. 23) et se rapproche de la courbe correspondante à $E_\perp$.

Analgies avec un diélectrique.

Nous avons vu au chapitre III l'analogie qui pouvait exister pour une onde incidente normale entre un écran et une lame de diélectrique. Cette analogie est fondée sur l'avance de phase qu'on obtient en empilant une série d'écrans à des distances égales.

Or, nous avons remarqué que le coefficient de transmission d'une plaque est différent suivant qu'on a une onde incidente $E_\perp$ ou $E_\parallel$. Pour une onde $E_\parallel$, le module du coefficient de transmission t décroît constamment. Pour une onde $E_\parallel$, il augmente jusqu'à un maximum, puis décroît et rejoint le coefficient de transmission pour une onde $E_\perp$ de même inclinaison. Nous retrouvons un phénomène analogue avec une lame à face parallèle homogène de diélectrique [27]. Nous savons que sous l'incidence Brewstérienne la transmission de la lame est égale à l'unité. L'angle d'incidence β est donné par la formule

$$\operatorname{tg} \beta_0 = n$$

pour un verre $\beta_0 > \frac{\pi}{4}$.

Pour un empilement d'écrans l'indice équivalent n est inférieur à l'unité $\beta_0 < \frac{\pi}{4}$. L'expérience le vérifie.

Remarquons néanmoins une différence essentielle, la transmission sous l'incidence Brewstérienne n'est pas égale à l'unité dans le cas d'un seul écran.

Enfin, pour des incidences fortes (supérieures à 30°), la transmission tombe à une valeur pratiquement nulle quel que soit l'angle de la polarisation de l'onde incidente avec le plan d'incidence. On peut rapprocher ce fait du phénomène de la réflexion totale. Pour un angle assez fort un rayon incident ne pénètre pas dans un milieu d'indice inférieur à l'unité.

Analgie avec un cristal.

Nous avons vu au chapitre III les analogies qu'on relève en incidence normale entre un écran xOy et un cristal d'axe Oz normal à xOy . En particulier, l'écran constitué d'une plaque métallique percée d'ouvertures circulaires égales dont les centres forment un quadrillage, est analogue à un cristal uniaxe.

Nous retrouvons cette analogie pour une incidence oblique. Soit β l'angle que fait l'onde

incidente avec le plan xOy de l'écran. On peut supposer que le plan d'onde est normal à zOx , par exemple, sans réduire la généralité, puisque l'axe Oz est un axe de symétrie d'ordre supérieur à deux.

Une onde incidente $E_\perp$ ou une onde $E_\parallel$ (fig. 24) est transmise à travers l'écran sans changement de polarisation; mais, ni le module, ni la phase de la transmission ne sont les mêmes pour ces deux ondes. Une onde incidente quelconque peut se décomposer en une somme d'onde $E_\perp$ et d'onde $E_\parallel$. L'onde transmise aura donc une polarisation elliptique.

EXPÉRIENCE. — Soient deux cornets émetteur et récepteur en A et B dont les polarisations sont croisées, l'une est dirigée suivant Ox , l'autre suivant

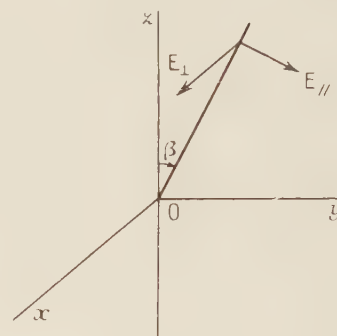


Fig. 24.

Oy . On ne reçoit rien en B . Supposons que nous disposions l'écran à mi-distance entre A et B , normalement à AB . Nous ne recevons rien. Inclignons-le, soit autour d'un axe parallèle à Ox , soit autour d'un axe parallèle à Oy . Nous ne recevons également rien. La polarisation de l'onde transmise est la même que celle de l'onde incidente. Au contraire, si nous l'inclinons autour d'une droite du plan xOy autre que Ox ou Oy nous rétablissons la réception. D'ailleurs, on ne peut éteindre cette dernière dans aucune position angulaire du cornet récepteur. L'onde transmise est polarisée elliptiquement. C'est exactement l'expérience qu'on pourrait faire en Optique classique avec un cristal uniaxe. Étant donné une onde incidente dont la direction de propagation fait un certain angle avec l'axe, il existe deux directions normales entre elles telles que l'onde transmise a même polarisation que l'onde incidente si cette dernière a sa polarisation dirigée suivant l'une de ces deux directions. Dans le cas contraire, l'onde transmise est polarisée elliptiquement. A ces deux directions rectangulaires situées l'une dans le plan formé par le rayon incident et l'axe (ici zOx), l'autre normale à ce plan, correspondent deux vitesses de propagation dans le cristal ou si l'on

préfère deux indices; l'un, l'indice ordinaire pour la polarisation de l'onde incidente normale à zOx ; l'autre, l'indice extraordinaire pour la polarisation dans le plan zOx .

Revenons au problème de l'écran. Ce que nous appelons onde $E_{\perp}$ est l'onde dont le plan de polarisation est parallèle au plan zOx , onde $E_{\parallel}$ l'onde dont le plan de polarisation est normal à ce plan. *En remplaçant indice par déphasage* nous voyons qu'à l'onde $E_{\perp}$ correspond le *déphasage ordinaire*, à l'onde $E_{\parallel}$ le *déphasage extraordinaire*.

De même, que l'indice ordinaire est égal à l'indice en incidence normale, de même le déphasage pour une onde $E_{\perp}$ est voisin de celui qu'on obtient en incidence normale. Au contraire, le déphasage pour une onde $E_{\parallel}$ peut être très différent.

Si nous voulons rendre plus étroite l'analogie avec les cristaux, il nous suffit de considérer un empilement d'écrans équidistants et égaux. Nous pouvons alors parler de rayons ou d'indices ordinaire et extraordinaire. En effet, les vitesses de propagation d'onde dépendent alors du déphasage indi-

viduel d'une plaque. Si les coefficients de transmission et les déphasages sont faibles, on peut admettre que le coefficient de transmission total et le déphasage sont respectivement le produit et la somme du coefficient de transmission et du déphasage d'une plaque. En divisant le déphasage de l'onde transmise par le déphasage du même trajet dans le vide on peut définir un indice équivalent. Nous voyons ainsi apparaître l'indice ordinaire correspondant à une onde incidente $E_{\perp}$ et l'indice extraordinaire correspondant à onde $E_{\parallel}$.

En réalité le phénomène est plus compliqué que pour les cristaux habituellement utilisés en Optique, car un empilement de plaques n'est pas parfaitement transparent. Le phénomène se complique d'atténuation. Il faudrait tenir compte dans l'appréciation du déphasage total, des ondes réfléchies sur chaque écran. Toutefois, pour les grandes lignes, le rapprochement est très intéressant. Il ne saurait nous surprendre, l'existence des ondes ordinaires et extraordinaires se montrant à partir de la seule hypothèse d'anisotropie du milieu diélectrique [20].

CHAPITRE V.

Application à la réalisation d'une lentille hyperfréquence.

Soit Oz l'axe d'un système centré en Optique classique constitué par une lentille mince, S l'onde incidente S' l'onde transmise. D'un élément d'onde incidente s , semblant aboutir en un point P du plan xOy , la lentille transmet un élément d'onde s' semblant provenir du point P (fig. 25). A un instant donné, il existe une certaine différence de phase entre un élément s et un élément s' . La lentille a pour effet de rendre variable cette différence de phase suivant le point P . Dans l'approximation de Gauss, une onde sphérique est transformée en une autre onde sphérique de centre de courbure différent.

Nous pouvons appliquer ces définitions à des ondes hyperfréquences. Une lentille est un dispositif qui impose un déphasage variable suivant le point d'impact de l'onde incidente.

Considérons un empilement (A) de plaques p équidistantes. Une plaque p est constituée par un écran métallique mince percé de trous circulaires égaux et dont les centres forment un quadrillage régulier. Une onde plane S tombant en incidence normale sur (A) donne naissance à une onde transmise plane S' . Nous avons vu que la différence de phase entre S

et S' dépendait du paramètre $\frac{d}{\lambda}$. Il nous est donc facile d'imaginer qu'un ensemble constitué par un

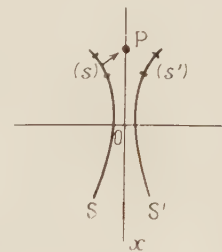


Fig. 25.

empilement de plaques p identiques, mais percées de trous de diamètres différents nous permet d'obtenir un déphasage variable, donc de former une lentille hyperfréquence.

Au lieu comme en Optique de construire des lentilles d'indice constant et d'épaisseur variable, nous faisons ainsi l'analogie d'une lame à faces parallèles d'épaisseur constante et d'indice variable.

Étude d'une lentille hyperfréquence.

Précédemment nous avons étudié la transmission d'une plaque métallique percée d'ouvertures circulaires égales régulièrement disposées. a étant la dimension du côté du quadrillage constitué par les centres des ouvertures, nous avons vu que nous pouvions nous ramener à un problème d'ondes guidées. Le guide élémentaire fictif G à section carrée est composé de deux côtés normaux à la polarisation et « d'impédance nulle », les deux autres côtés étant d'« impédance infinie ». Le problème de la transmission d'une telle plaque indéfinie attaquée par une onde plane en incidence normale peut se ramener au problème de l'obstacle dans un tel guide. De la même manière, si nous disposons des plaques identiques et parallèles, la diffraction d'un tel système attaqué

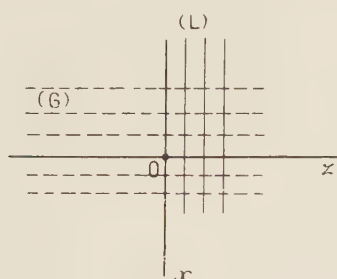


Fig. 26.

par une onde plane en incidence normale se ramène au problème de plusieurs obstacles dans un guide G .

Nous allons faire l'hypothèse que les différents guides G qui permettent de reconstituer l'onde transmise sont *indépendants*, c'est-à-dire qu'une modification d'un obstacle dans un guide n'entraîne pas de modification du régime d'ondes dans un guide voisin.

Pour simplifier, bornons-nous au problème cylindrique. Supposons que le diamètre des ouvertures ne dépende que de leur abscisse x (fig. 26).

Pour calculer la transmission d'un tel système nous décomposons donc l'espace en une série de guides G et nous nous ramenons au problème de la transmission d'un tel guide. Sachant qu'il n'y existe qu'un seul mode, l'onde principale qui n'est autre qu'une portion d'onde plane, nous sommes amenés à calculer le filtre simple, constitué par une série d'obstacles selfiques égaux et équidistants sur une ligne de transmission. Ce problème est classique.

Connaissant le paramètre $|u| = \frac{\pi}{2} - \alpha$ d'un obstacle et la distance qui sépare les différents obstacles, on sait que le coefficient de transmission est donné

par une expression où interviennent des polynômes électrosphériques appelés aussi de Tchebyscheff, de même pour la phase de l'onde transmise. A partir de ces deux renseignements, on est à même de choisir le paramètre u pour chaque abscisse x de façon à obtenir un déphasage donné, tout en gardant un coefficient de transmission élevé.

C'est cette dernière condition qui nous impose le nombre de plaques à choisir. En effet, une seule plaque permet d'obtenir sur l'onde transmise une avance de phase allant de α_0 petit à $\frac{\pi}{2}$, par rapport à l'onde incidente. Ces avances de phase correspondent respectivement à des ouvertures de grand et petit diamètre. L'ouverture de petit diamètre n'a qu'une transmission très faible. Nous sommes donc obligés de nous limiter à une avance de phase de $\alpha_1 < \frac{\pi}{2}$. D'autre part, on voit en se reportant aux

courbes de la figure 3 (chap. III) que la transmission correspondant à l'ouverture la plus grande possible (diamètre d légèrement inférieur à la distance des centres $2a$), n'est très voisine de l'unité que pour une plage du paramètre $\frac{a}{\lambda}$. Si $\frac{a}{\lambda}$ est trop grand, il se propage plusieurs modes dans le guide fictif, si $\frac{a}{\lambda}$ est trop petit, on ne peut atteindre une transmission égale à l'unité. Donc, en choisissant convenablement $\frac{a}{\lambda}$, on peut ramener α_0 à une valeur très petite. En définitive, le déphasage acceptable obtenu pour une plaque est $\alpha_1 - \alpha_0$ voisin de $\frac{\pi}{4}$.

Pour avoir un déphasage supérieur, tout en conservant une transmission voisine de l'unité on est amené à additionner l'effet de plusieurs plaques. On obtient ainsi avec huit plaques, par exemple, un déphasage pouvant atteindre 2π , la transmission restant partout supérieure à 0,9 dans une bande de fréquence de 10 %.

LENTILLES A ÉCHELONS. — Pour obtenir un déphasage supérieur à 2π on est amené à un nombre de plaques prohibitif, nous avons donc adopté le dispositif de l'échelon, qui a son analogue en Optique classique. Décomposons l'onde incidente en tranches par des plans dont les côtes z diffèrent de 2π (fig. 27).

Supposons qu'avec une première lentille nous imposions à la portion d'onde incidente BD un déphasage variable allant jusqu'à 2π , nous la transformons en une onde plane $B'D''$. De même, supposons qu'à l'aide d'une autre lentille nous agissions sur la portion AB de l'onde S et nous la redressons

en onde plane $A'B'$, les ondes planes $A'B'$ et $B''D''$ provenant de la même surface d'onde S diffèrent de 2π dans leur propagation le long de Oz . Pour le point à l'infini de Oz , ces ondes sont en phase

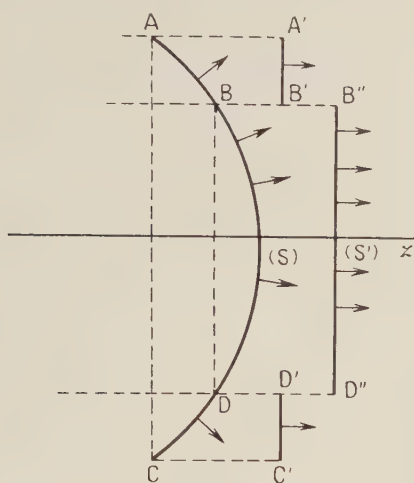


Fig. 27.

et tout se passe comme si la surface d'onde transmise était plane.

CHROMATISME. — Les propriétés d'une plaque dépendent des paramètres $\frac{a}{\lambda}$ et $\frac{d}{\lambda}$. Si la fréquence de l'onde incidente varie, les paramètres varient tous deux dans le même sens. On voit sur le réseau de courbes de la figure 13 (Chap. III) que pour $\frac{d}{\lambda} > 0,43$, les variations résultantes de u se retranchent, se compensant ainsi dans une certaine mesure. Néanmoins, si la fréquence augmente, la transmission augmente, et inversement.

De plus, la distance des plaques rapportée à la longueur d'onde varie lorsque la fréquence varie. De ces deux facteurs résulte un déphasage variable avec la fréquence, appelé chromatisme en Optique classique. Ce défaut est évidemment d'autant plus fort que la « surtension » totale du système est plus élevée. On a avantage pour le diminuer à augmenter le nombre des plaques.

Remarquons que cette propriété, qui est un défaut pour une lentille, nous a servi à obtenir des prismes doués de propriétés dispersives. Une onde incidente plane tombant sur un tel prisme est déviée différemment suivant sa fréquence.

OUVERTURE. — Soit à transformer une onde sphérique en onde plane à l'aide d'une lentille (fig. 28), soit $2d$ le diamètre de cette lentille, f la distance du centre de l'onde sphérique à la lentille, le déphasage

à rattraper est approximativement $h = \frac{x^2}{2f}$, en particulier aux extrémités $\delta h = \frac{d}{f} \delta x$.

Soient s et s' les portions d'onde incidente et transmise à travers la lentille (fig. 29), δx la dimension transversale de l'élément d'onde transmis δh est le déphasage correspondant à rattraper. Or, physiquement, on voit qu'il est difficile de dépasser la valeur de $\frac{1}{4}$ pour la quantité $\frac{\delta h}{\delta x}$, ceci impose en effet de rattraper plus de $\frac{\lambda}{4}$ dans une dimension transversale de λ . On est ainsi conduit à limiter le rapport d'ouverture $\frac{f}{2d}$ à la valeur 2.

D'autre part, nous avons vu que l'incidence oblique fait apparaître des phénomènes analogues à la double réfraction dans les cristaux. Cette raison, indépendamment de la précédente, limite l'ouverture pour une lentille à plaques parallèles. Ainsi qu'une chute de la transmission, analogue à la réflexion totale à la surface de séparation de deux diélectriques.

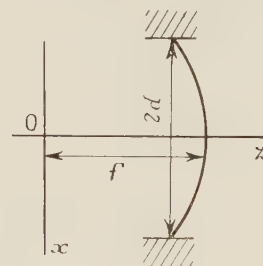


Fig. 28.

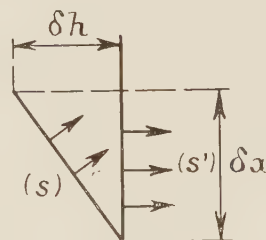


Fig. 29.

Mesures et résultats.

MÉTHODE DE MESURE. — Le but poursuivi en construisant une lentille est, à partir d'une surface d'onde incidente donnée S , d'obtenir une surface S' donnée. Dans le cas qui nous intéresse, S' est une surface plane. Pour effectuer le calcul de la lentille et vérifier les résultats, il importe donc de pouvoir mesurer la surface d'onde. Or, on peut effectuer cette mesure de façon très précise par des méthodes interférométriques. Ces méthodes sont connues

en hyperfréquence [32]. Nous adoptons le dispositif décrit par J. Ortusi et G. Boissinot [29] qui présente une amélioration sur le système habituellement utilisé (précision double). On se propose de mesurer

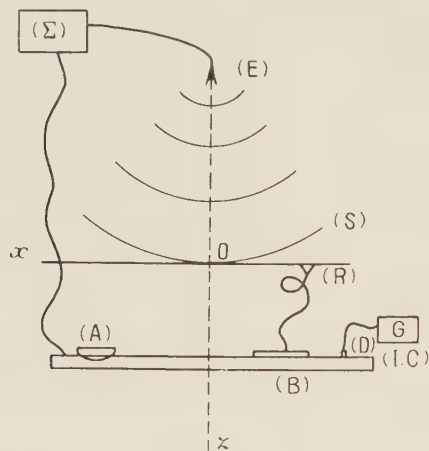


Fig. 30.

la surface d'onde S provenant d'une antenne d'émission E (fig. 30).

Pour cela on prélève une partie de l'énergie émise par la source Σ et on la fait battre avec l'onde reçue par la petite antenne réceptrice R dans un guide d'onde. L'énergie provenant directement de Σ est amenée à une extrémité de ce guide et pénètre dans un « banc d'onde stationnaire » B par l'intermédiaire d'un atténuateur A . L'énergie provenant de R est injectée dans le guide par la sonde du chariot mobile de B . Ces deux ondes interfèrent dans le guide. Un détecteur D disposé à l'autre extrémité du guide terminé par une impédance caractéristique (I.C.) donne sur un galvanomètre G

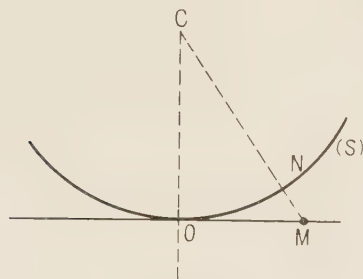


Fig. 31.

la mesure du champ résultant en un point déterminé du guide. Supposons que nous effectuions un réglage tel que l'indication de G soit nulle. On voit qu'un déphasage sur l'onde recueillie par R se traduit par la disparition de ce zéro. On le retrouve en déplaçant le chariot. Ce déplacement du chariot nous

donne directement le déphasage de l'onde transmise par R . Remarquons que, pour pouvoir appliquer la méthode, il est nécessaire que l'onde rayonnée par la sonde de B ne soit pas réfléchi aux deux extrémités du guide, c'est ce qui est réalisé expérimentalement. Il est facile d'atteindre une précision de l'ordre de quelques degrés sur l'angle de phase. Pour mesurer la surface de phase S , la pratique montre que la précision la meilleure est obtenue en déplaçant R sur un banc rectiligne. On mesure ainsi une certaine variation de phase. Il suffit, pour reconstituer la surface de phase de porter, suivant la normale CM à la surface de phase, la longueur MN correspondant au déphasage mesuré en M . On connaît, en général, assez bien la direction de CM . Souvent S est voisine d'une sphère de centre C (fig. 31).

EXEMPLE DE MESURE SUR UNE LENTILLE CYLINDRIQUE. — Plaçons-nous à 3 600 Mc ($\lambda = 8,30$ cm). Un cornet C placé au foyer d'un miroir hyperbolique R donne en O une onde S peu différente d'une

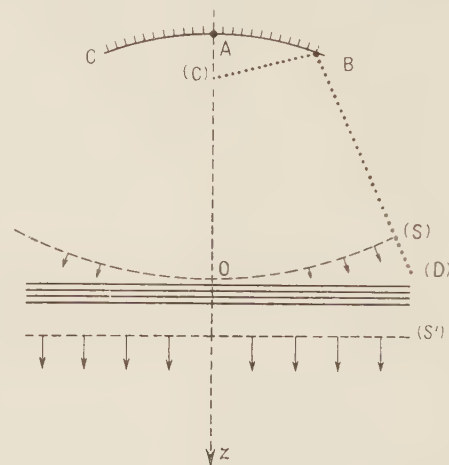


Fig. 32.

sphère ayant pour centre le second foyer de l'hyperbole section du miroir. Ce miroir est constitué par un cylindre hyperbolique de 30 cm de haut, son diamètre est de 150 cm. La distance BC est de 50 cm. La distance AO , de 325 cm (fig. 32).

La dimension transversale du miroir nous est imposée par la nécessité d'illuminer Ox sur 3 m. L'approximation de l'optique géométrique nous est là très utile; en effet, au delà du dernier rayon optique possible issu de C et réfléchi sur R à savoir BD , le champ rayonné tombe très rapidement à une valeur nulle.

Cela posé, la figure 33 représente la surface S telle qu'on la mesure à la distance de 325 cm. Des

échelles dans le rapport 10 ont été choisies en abscisse et en ordonnée. Nous voyons que le déphasage total à rattraper pour avoir une onde plane est

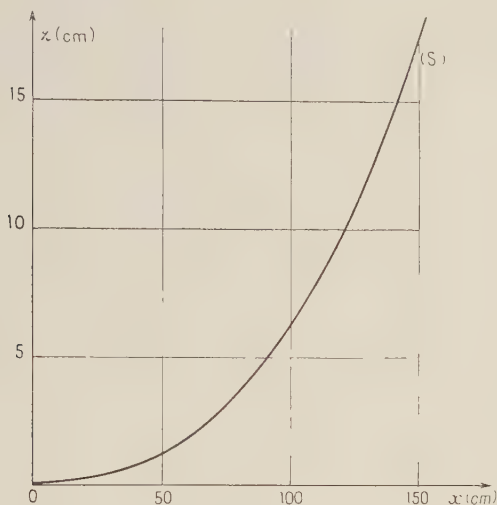


Fig. 33.

de 4π . Nous construisons donc une lentille à six plaques comprenant un élément central et un échelon, chacun rattrapant 2π . En partant du centre, la lentille centrale occupe 100 cm, l'échelon 50 cm. L'entraxe des trous est choisi égal à 65 mm, le diamètre varie de 62 mm à 40 mm, suivant l'abscisse x des centres. Les dimensions totales de la lentille sont de 3 m suivant Ox , 50 cm suivant Oy . L'écartement des plaques est 25 mm, leur épaisseur 2 mm.

La figure 34 représente différentes surfaces d'ondes S' transmises par la lentille pour différentes modifications. Les échelles choisies pour la figure 34 sont les mêmes que pour la figure 33. La courbe n° 1 correspond à la lentille de six plaques, elle nous montre que cette lentille est trop convergente. Nous avons donc retiré une plaque, ce qui nous donne la courbe n° 2. La lentille centrale est alors satisfaisante, mais l'échelon nous donne une onde en avance sur celle fournie par la lentille centrale. Retirons une plaque à l'échelon. La lentille est alors constituée de cinq plaques à la lentille centrale, quatre à l'échelon. On obtient la courbe n° 3. On améliore ce dernier résultat en inclinant l'ensemble de la lentille sur Oz . On évite ainsi une incidente trop oblique de l'onde occasionnant les effets décrits au chapitre précédent. D'où la courbe 4.

La lentille de six plaques avait été calculée pour une autre surface d'onde incidente, ce qui explique la courbe n° 1. Néanmoins, cette série d'expérience est intéressante, car elle nous montre directement le déphasage en fonction du nombre des plaques.

Elle nous montre de plus que nous pouvons ajuster le déphasage dans une large mesure, et avec précision.

Une lentille peut, non seulement déphaser une onde sphérique, mais aussi *corriger localement* une

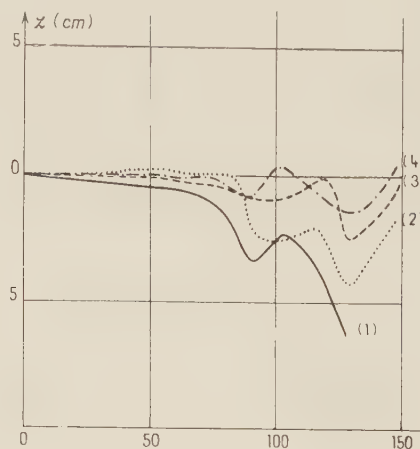


Fig. 34.

surface de phase et réduire ainsi des aberrations. C'est en quelque sorte le parallèle du dispositif optique connu sous le nom d'*Optique de Schmidt*.

Une vérification importante de la méthode employée a consisté à tracer le diagramme de l'aérien

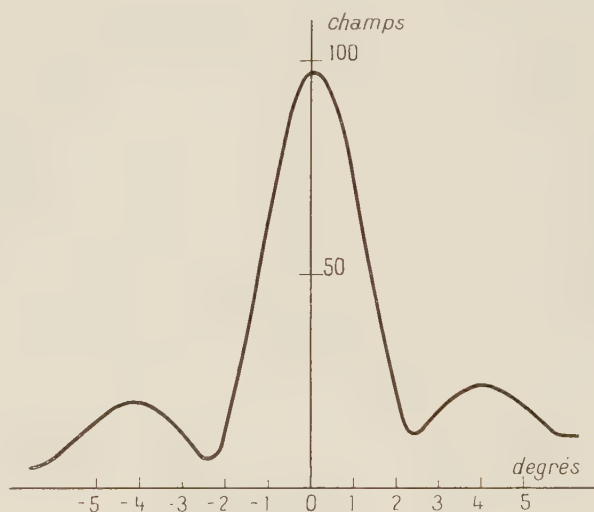


Fig. 35.

constitué par l'ensemble cornet réflecteur et lentille. Pour cela, on dispose un émetteur à une distance éloignée (800 m) et l'on note les champs reçus par le dispositif en fonction de l'angle que fait Oz avec la direction de l'émetteur. Les résultats obtenus sont décrits par la figure 35. On a porté en

ordonnée les indications en champs et en abscisse, les angles correspondant en degrés. Le « diagramme » ainsi obtenu correspond bien à celui que l'on calculerait à l'émission à partir de la phase et de l'amplitude mesurées précédemment.

CRITIQUE DE LA MÉTHODE DE MESURE. — On peut se demander à quelle distance de la lentille on doit opérer la mesure de la phase pour avoir les renseignements les plus intéressants. La mesure du champ dans les ouvertures même présenterait de l'intérêt, mais on est incapable de l'effectuer sans perturber le champ qu'on désire mesurer.

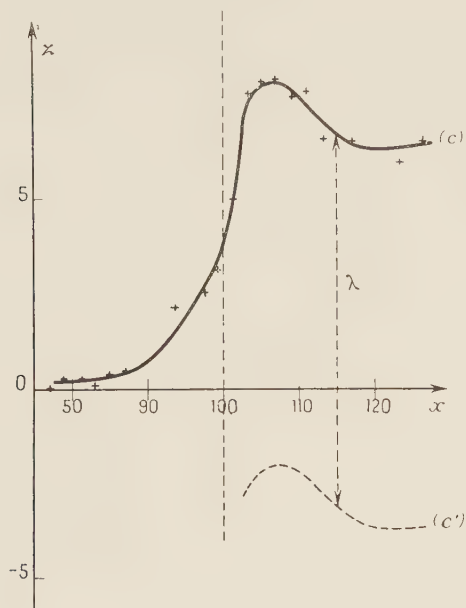


Fig. 36.

De même, si l'on se place près (mettons dans l'exemple choisi précédemment 5 à 10 cm), on observe en déplaçant l'antenne de réception R , (fig. 30) des variations rapides de l'amplitude dues à des ondes stationnaires. L'ouverture considérée comme une source et l'antenne R ne sont pas suffisamment découplées. L'expérience montre qu'on peut se mettre vers 30-40 cm (4 à 5λ) et réduire cet inconvénient jusqu'à le rendre négligeable. D'autre part, dans le cas envisagé au chapitre III d'une plaque percée d'ouvertures égales, nous savons que la surface d'onde transmise devient rapidement régulière. On observe dans la mesure à une certaine distance de la plaque une plus grande régularité dans la surface d'onde que très près des ouvertures.

Que choisir maintenant pour antenne R ? Étant donné une ouverture de surface S illuminée constante en phase et en amplitude, son gain G par rap-

port à la source isotrope, est donné par la formule

$$(V.1) \quad G = \frac{4\pi S}{\lambda^2}.$$

Dans le cas d'une antenne quelconque, le gain G est une notion première facilement mesurable. La formule (V.1) nous permet de définir une *surface apparente fictive*. On peut admettre qu'une antenne de gain G capte dans une onde plane incidente de longueur d'onde λ le flux d'énergie découpé par une surface S donnée par la formule (V.1). Cette surface est limitée au cas du doublet, par exemple à $1,5\lambda^2$. Ceci nous permet de fixer les idées sur le phénomène physique. Une antenne *intègre en quelque sorte l'énergie d'une surface*. On ne peut espérer facilement mesurer le champ en un point précis.

Cette impossibilité physique tient à la nature même des phénomènes de diffraction. Remarquons, par exemple, que si nous voulions utiliser un guide de petite dimension devant la longueur d'onde, donc une petite surface apparente S , nous ne pourrions recueillir d'énergie, le guide étant au-dessous de la fréquence de coupure. Nous avons donc intérêt à utiliser une antenne de faible gain. Néanmoins, on choisit une antenne de directivité plus élevée qu'un doublet, l'embouchure d'un guide d'onde par exemple.

Donnons un exemple d'une mesure d'une surface d'onde dans un endroit où la variation est rapide. Choisissons le passage de l'échelon à la lentille centrale, dans l'exemple précédent. L'antenne de mesure R intègre les résultats dans une distance approximative de $\frac{\lambda}{2}$ (4 cm). On obtient la courbe de la figure 36. Comme précédemment, l'échelle choisie en abscisse est dix fois plus grande qu'en ordonnée. La mesure est effectuée sur une lentille autre que la lentille de six plaques qui nous a servi dans l'exemple précédent. On voit la continuité de la surface de phase au passage à l'échelon. On peut penser que la courbe de phase vraie présente une variation plus rapide étant donné l'intégration des résultats effectués par l'antenne R sur 4 cm. La courbe C' est la portion de la courbe C correspondant à l'échelon, translatée de λ le long de Oz . On peut améliorer la planéité de C' et sa position relative par rapport à C , comme nous l'avons déjà fait dans l'exemple précédent. Toutefois, l'ordre de grandeur le long de Ox de la discontinuité introduite dans la courbe de phase par l'échelon ne peut être réduite à une valeur inférieure à $\frac{\lambda}{5}$ approximativement.

Remarque. — L'idée qu'on ne peut obtenir facilement des renseignements ponctuels sur un champ est une idée importante. Cette sorte de quantification du champ se retrouve partout à l'échelle de la longueur d'onde. On ne peut, par exemple, définir une image ponctuelle devant λ . En effet, si nous partons d'une image optique qui semble ponctuelle et que nous augmentons la longueur d'onde, nous voyons apparaître autour du point un volume de diffraction dont les dimensions sont de l'ordre de grandeur de

Il est toujours possible de mesurer le champ en un point précis, par exemple un champ dû à une onde de 50 c : s, mais alors le rendement de l'antenne est très mauvais. On ne capte qu'une très faible partie du flux d'énergie. Si l'on préfère, la composante réactive devient très grande devant la composante active. Ce n'est que lorsque les dimensions de l'antenne deviennent de l'ordre de la longueur d'onde qu'on peut espérer rendre comparables composantes actives et réactives.



Fig. 37.

la longueur d'onde [30]. A l'inverse, il n'existe pas d'objet ou de source ponctuelle à l'échelle de la longueur d'onde. Dans un doublet, par exemple, on distingue deux régions délimitées par une sphère de rayon $\frac{\lambda}{2\pi}$. A l'intérieur de cette sphère, les champs électriques et magnétiques sont presque en quadrature, l'énergie se trouve en majeure partie sous forme réactive; à l'extérieur, au contraire, les champs sont presque en phase, l'énergie se propage.

Remarquons que la lentille elle-même est en quelque sorte « quantifiée » à l'échelle de la longueur d'onde, l'unité de quantification est la mesure a du côté du guide virtuel G , la distance des centres des deux ouvertures voisines. Si nous cherchons à réduire $\frac{2a}{\lambda}$ au-dessous d'une valeur voisine de $\frac{1}{2}$, nous sommes en présence de ce que nous avons nommé la pseudo coupure, le coefficient de transmission d'une plaque diminue brutalement. On ne gagnerait rien à réduire a .

L'aérien du câble hertzien Paris-Lille.

Les aériens (1) du câble hertzien Paris-Lille, construits par le Compagnie Générale de T.S.F. pour l'Administration des P.T.T., sont destinés à équiper des relais hertziens distants d'une cinquantaine de kilomètres. On désire évidemment avoir l'atténuation la plus faible possible entre un aérien d'émission et un aérien de réception. Ceci impose donc d'avoir un gain le plus élevé possible, ou encore, ce qui est équivalent, de projeter l'énergie suivant des diagrammes de rayonnement les plus fins possibles. Une autre considération importante est d'avoir le minimum d'énergie réfléchie, de façon à ne pas réagir sur la source d'émission. On demande une adaptation très bonne de l'aérien sur le guide d'onde (moins de 1/400^e, de l'énergie réfléchie).

(1) Pour une théorie et une vue générale des aériens hyperfréquences voir par exemple *Microwave Antenna, Theory and Design* (Silver), de la série du M.I.T. (Mc Graw Hill, édit.).

Enfin, on exige que l'aérien ne présente que des lobes secondaires faibles (inférieurs de 20 db au lobe principal) et soit exempt de rayonnement arrière.

Toutes ces conditions doivent être remplies par un aérien dont les dimensions n'excèdent pas $3\text{ m} \times 3\text{ m} \times 3\text{ m}$, pour une fréquence centrale de 3 640 Mc et dans une bande de fréquence de 160 Mc.

L'aérien qui répond à ces conditions a été construit d'après les résultats obtenus sur la maquette à deux dimensions décrite dans l'exemple précédent. La figure 37 en est une reproduction photographique. Pour éviter un rayonnement arrière éventuel, un blindage en treillis métallique de la forme d'un tronc de pyramide *P* joint les bords du « réflecteur-oculaire » *R* aux bords de la « lentille objectif » *L*. Son adjonction modifie d'ailleurs légèrement la surface d'onde incidente sur la lentille *L*.

On distingue sur la figure 37 le guide d'onde amenant l'énergie U.H.F. à un cornet qui illumine le réflecteur *R*. En adoptant le langage optique, les deux « pupilles » de sortie et d'entrée sont à l'émission la surface de la lentille et la section droite du guide.

On remarque enfin un disque sur *R*, destiné à corriger l'onde réfléchie par *R* dans le cornet.

Nous avons vu au chapitre IV que le coefficient de déphasage d'une plaque varie pour une incidence oblique, et varie plus pour une onde incidente dont le plan de polarisation est parallèle au plan d'incidence, que pour une onde dont le plan de polarisation est normal au plan d'incidence. Pour un empilage de plaques, ceci correspond aux notions d'Optique cristalline d'indice extraordinaire et d'indice ordinaire. La polarisation (champ électrique) de l'aérien étant verticale, nous avons bombé la lentille *L* en forme de cylindre à génératrices horizontales. Ceci afin de réduire l'effet d'indice extraordinaire. Le rayon de courbure a été choisi de façon que les vecteurs électriques de l'onde incidente et de l'onde transmise soient également inclinés sur la lentille *L*.

Signalons une très légère polarisation elliptique dans les régions diagonales extrêmes. Cet effet s'explique facilement par le fait qu'alors le plan de polarisation de l'onde incidente ne coïncide plus avec le plan d'incidence ou n'est plus normal à ce dernier (Chap. IV). On retrouve curieusement un effet analogue obtenu sur les aériens à réflecteur, le défaut de « cross-polarisation » [31], p. 419.

Résultats obtenus.

Le déphasage obtenu grâce à la lentille est une justification intéressante de l'exactitude des vues

théoriques et de la précision des mesures du chapitre III. Seules de faibles corrections ont été faites sur les plans de l'aérien primitif. Elles l'ont été de façon à obtenir à la sortie de la lentille une surface de phase aussi plane que possible. On a pu, mis à part la région de l'échelon, obtenir que cette planéité soit respectée sur toute la surface de la lentille (un cercle de diamètre 3 m) avec des écarts extrêmes autour de la valeur moyenne de $\pm 1\text{ cm}$.

Ceci a permis de relever des diagrammes de rayonnement (fig. 38) qui sont très voisins des diagrammes théoriques qu'on calcule en supposant une phase constante et l'illumination relevée expérimentalement (sensiblement sinusoidale). On remarque que l'ouverture totale à demi-puissance est $1^{\circ}35'$, les premiers zéros sont à $+2^{\circ}$ et -2° . Les premières feuilles secondaires sont de l'ordre de 20 db. Les autres sont beaucoup plus faibles.

Leur mesure a été effectuée dans des conditions assez moyennes, l'antenne n'étant pas suffisamment dégagée d'obstacles environnants. Elle nous a donné des feuilles latérales décroissant régulièrement de 0 à 180° . De -45° à $+45^{\circ}$, le diagramme est remarquablement symétrique par rapport à l'axe de l'aérien. De 45° à 90° , l'ordre de grandeur des feuilles est de 40 db par rapport au faisceau central. Après 90° , on peut observer un rayonnement de l'ordre de 50 db. Nous pensons que ce rayonnement arrière serait inférieur à 50 db pour un aérien bien dégagé, en haut d'une tour, par exemple.

Remarquons que nous évitons avec ce dispositif les feuilles latérales signalées avec les lentilles guides.

Le rendement énergétique d'un aérien s'évalue par la notion de gain, c'est-à-dire le rapport de la puissance reçue en un point éloigné lorsqu'on utilise au mieux l'aérien à la puissance reçue avec un rayonnement isotrope de la même source. Ce gain est proportionnel à la surface de la plus grande « pupille » de l'aérien. La réciprocité des aériens à l'émission et à la réception permet la mesure du gain dans l'un ou l'autre cas. Nous avons effectué les mesures à la réception, en comparant les puissances respectivement reçues dans les mêmes conditions par l'aérien considéré et un aérien étalon. Pour aérien étalon nous prenons un cornet pyramidal de base carrée de $50 \times 50\text{ cm}$ et de hauteur 120 cm (ceci pour des longueurs d'ondes voisines de 8,20 cm). La mesure des puissances reçues dans les deux cas nous donne des gains dans le rapport des surfaces d'entrée des deux aériens (7 m^2 pour l'aérien à lentille, $1/4\text{ m}^2$ pour le cornet étalon). C'est-à-dire que le rendement relatif de l'aérien à lentille est le même que celui du cornet étalon. Ce résultat, très

intéressant, ne peut être obtenu avec les aériens usuels de mêmes dimensions. Il est en effet bien connu expérimentalement (par ex. [31] p. 435) que le

de phase et que permet de réaliser la lentille en hyperfréquence, comme le ferait une optique de Schmidt en Optique classique.

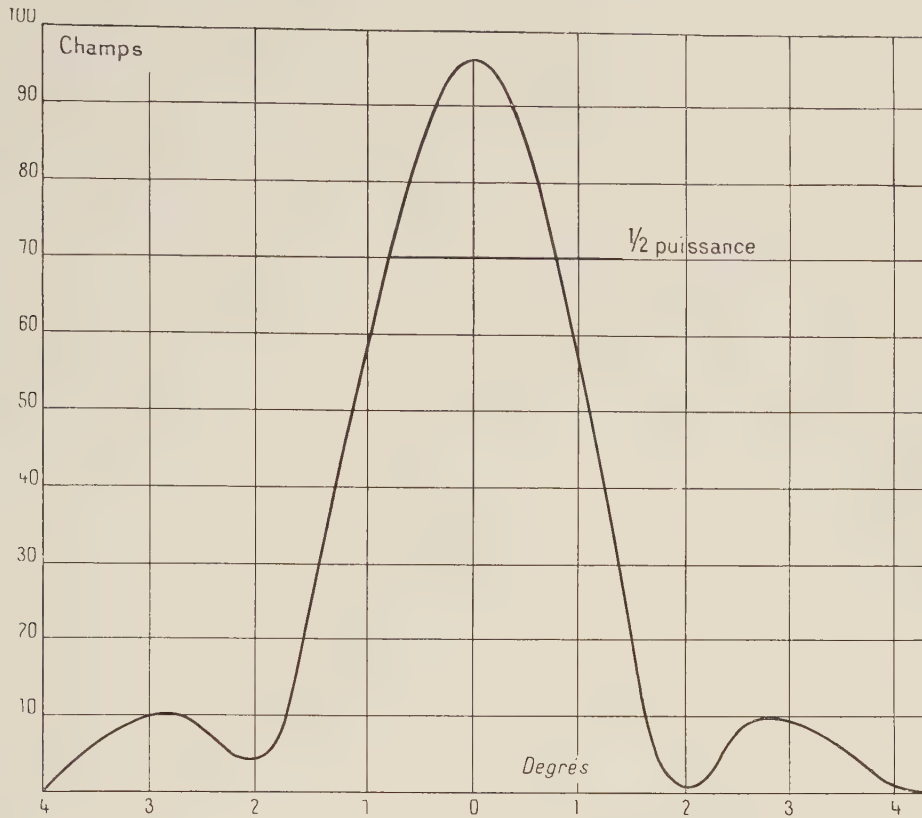


Fig. 38.

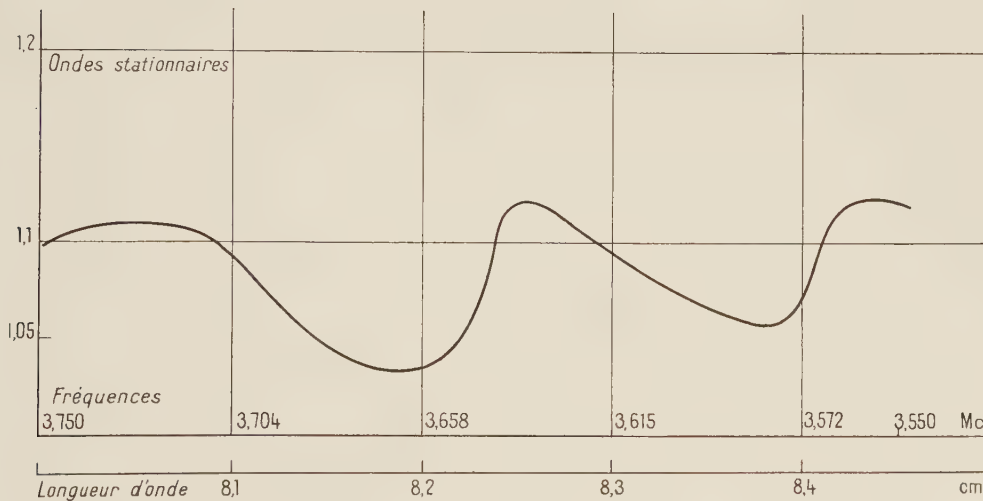


Fig. 39.

gain relatif des aériens diminue lorsque les dimensions augmentent par rapport à la longueur d'onde.

Cette qualité de l'aérien est due essentiellement au soin qui a été porté à la correction des aberrations

L'adaptation de l'aérien au guide d'onde a été obtenue dans une large bande. On l'évalue en mesurant les ondes stationnaires dans le guide que l'on aperçoit sur la figure 37. Un résultat de la mesure

est donné par la figure 39. Sur cette figure, on voit que le taux d'ondes stationnaires reste inférieur à 1,12 dans une bande de fréquence de l'ordre de 200 Mc (fréquence centrale 3 640 Mc). Cette qualité d'adaptation dans une large bande présente également un gros intérêt pour un aérien hyperfréquence. Elle permet, par exemple, le branchement de filtres ou de sources d'énergie sans découplage.

En conclusion, l'existence de lentilles de ce type ouvre de nouvelles possibilités dans le domaine des aériens hyperfréquences. Du point de vue construction, leur fabrication et leur mise en place n'imposent que des tolérances larges. D'ailleurs, contrairement aux réflecteurs, une déformation mécanique change peu leurs propriétés (les lentilles agissent évidemment par transmission). Ceci permet d'envisager leur extension aux aériens d'ondes millimétriques. Du point de vue des résultats, ces lentilles permettent de corriger différentes aberrations et de perfectionner les aériens en les rendant composés comme les instruments d'optique. Ainsi, on évite certains défauts des aériens actuels, tout en améliorant leurs

qualités de façon très intéressante, surtout pour les aériens de grandes dimensions.

Ce travail a été exécuté au Laboratoire de Recherches Générales de la Compagnie générale de T. S. F. sous la direction de M. H. Gutton. C'est de lui que vient l'idée première de cette étude dont il a été constamment le guide. Qu'il trouve ici l'expression de toute ma gratitude. Je dois remercier vivement la Direction de la Compagnie générale de T. S. F., en particulier M. Ponte, et également le S. R. C. T. de l'Administration des P. T. T., en particulier M. Marzin et M. Sueur, pour leur confiance dans le résultat, les délais et les moyens accordés, qui ont permis la réalisation et l'étude de l'aérien. Je dois beaucoup aux échanges de vues avec les ingénieurs de ce Laboratoire et aux conseils de M. Ortusi, ainsi qu'au très bon travail d'équipe de M. Biggi et des collaborateurs qui ont participé au projet. Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance à M. le Professeur Y. Rocard pour sa bienveillance, ses remarques sur ce travail et l'intérêt qu'il y a porté.

BIBLIOGRAPHIE.

1. STRATTON, *Electromagnetic theory*, p. 487.
2. VASSEUR, *Thèse de Physique*, non publiée.
3. BETHE, *Theory of diffraction by small holes* (*Phys. Rev.*, t. 66, 1944, p. 163-182).
4. MOULLIN, *Radio aerials* (Oxford Clarendon Press, p. 429).
5. P. S. EPSTEIN (*Diss. Munich*, 1914).
6. P. MORSE et P. RUBENSTEIN, *The diffraction of waves by ribbons and by slits* (*Phys. Rev.*, vol. 54, 1938, p. 895-897).
7. C. BOUWKAMP, *On the Bethe's theory of diffraction by small holes* (*Phil. Res. Rep.*, vol. 5, 1950, p. 321-332).
8. SOMMERFELD, *Die frei schwingende Kolbenmembran* (*Ann. Phys.*, vol. 389, 1942).
9. LARMOR, *Proc. London Math. Soc.*, 2^e série, t. 1, 1903, p. 1-13.
10. TEDONE, *Rendiconti dei Lincei*, vol. 26, 1917, p. 286-289.
11. KOTTLER, *Ann. Phys.*, vol. 71, 1923, p. 457-508.
12. L. DE BROGLIE, *Problèmes de propagation guidées des ondes électro-magnétique*, Gauthier-Villars, p. 98.)
13. L. DE BROGLIE, *Problèmes de propagation guidées des ondes électro-magnétiques* (Gauthier-Villars, p. 100).
14. STRATTON et CHU, *Diffraction theory of electromagnetic waves* (*Phys. Rev.*, vol. 56, 1939, p. 99-107).
15. COPSON, *On an integral equation arising in the theory of diffraction problems* (*Quart. J. Math. Oxford Soc.*, vol. 17, 1946, p. 19).
16. COPSON, *An integral equation method of solving plane diffraction problems* (*Proc. Roy. Soc. London*, série A, vol. 176, 1946, p. 100).
17. MEIXNER, *Die Kantenbedingung in der Theorie der Beugung elektromagnetischen Wellen an vollkommen leitenden ebenen Schirmen* (*Ann. Phys.*, vol. 6, 1949, p. 1-9).
18. LEVINE et SCHWINGER, *Phys. Rev.*, vol. 74, n° 8, 1948, p. 958-974 et *Phys. Rev.*, vol. 75, n° 9, 1949, p. 1423-1432.
19. BAKER et COPSON, *The mathematical theory of Huyghens principle* (Oxford, p. 186).
20. BRUHAT, *Cours d'optique* (Masson, édit.).
21. J. ORTUSI, *Définition et mesure des coefficients de réflexion dans les guides* (*Annales de Radio-électricité*, n° 8, 1947, p. 173).
22. J. BROWN, *The design of metallic delay dielectric* (*Proc. of I.E.E.*, part. III, vol. 97, p. 45).
23. S. B. COHN, *Analyse of the metallic strip delay structure for microwave lenses* (*J.A.P.*, vol. 20, 1949, p. 257).

24. J. W. MILES, *Diffraction of a plane wave through a grating* (Quart. Appl. Math., vol. 7, 1949, p. 45-64).
 25. L. BRILLOUIN, *Propagation d'ondes électromagnétiques dans un tuyau* (Rev. Gén. Electr., vol. 40, n° 8, 1936, p. 227).
 26. W. E. KOCK, *B. S. T. J.*, 1948.
 27. J. C. SIMON, *Les lois de Fresnel en ondes centimétriques* (C. R. Acad. Sc., t. 230, 1950, p. 1386-1388).
 28. Ch. MAUGUIN, *J. Phys. Rad.*, série 7, 1936, p. 233.
 29. J. ORTUSI et G. BOISSINOT, *Les guides à fente et leurs applications aux aériens* (Annales de Radioélectricité, t. 5, n° 22, 1950, p. 310).
 30. J. ORTUSI et J. C. SIMON, *Diffraction des paraboloïdes de révolution* (Annales de Radioélectricité, t. 5, n° 22, 1950, p. 332).
 31. SILVER, *Microwave antenna theory and design*, série du M. I. T. (Mac Graw Hill, édit.).
 32. MONTGOMERY, *Microwave Measurements*, série du M. I. T. (Mac Graw Hill, édit.).
-

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Rencontre des ondes de choc.

Vu et approuvé :

Paris, le 16 juin 1951.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

A. CHATELET.

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

JEAN SARRAILH.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

Quai des Grands-Augustins, 55

140441-51

Dépôt légal, Imprimeur, 1951, n° 723.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS
140441 Quai des Grands-Augustins, 55.
